

BÀI THI 1

HÀM SỐ

Câu 1: GTNN của $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + \frac{3}{4}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

Câu 2: GTLN của $y = x - \frac{1}{x}$ trên $(0; 3]$ bằng

- A. 3 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{3}{8}$ D. 0

Câu 3: GTLN của $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là

- A. 40 B. 8 C. -41 D. 15

Câu 4: GTLN của $y = \sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 9 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 5: GTLN của $y = \frac{x}{x+2}$ trên nửa khoảng $(-2; 4]$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 6: Cho hàm số $y = \sin^3 x - \cos^2 x + \sin x + 2$. GTNN của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. $\frac{43}{27}$ B. $\frac{1}{27}$ C. 5 D. 1

Câu 7: Cho hàm số $y = -x + 2008 - \frac{1}{x}$. GTLN của hàm số trên khoảng $(0; 4)$ đạt tại x bằng

- A. 1 B. 2006 C. 2007 D. 2008

Bài 8. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = -2x^2 + 4x - 5$

- A. -5 B. -4 C. -3 D. -2

Giải:

Đáp án C, vì $y' = -4x + 4 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y_{CD} = -3 \Rightarrow GTLN: y = -3$

Bài 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Bài 10. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ là

A. $\min_{[0;1]} f(x) = 1; \max_{[0;1]} f(x) = \sqrt{2}$

B. $\min_{[0;1]} f(x) = 1; \max_{[0;1]} f(x) = 2$

C. $\min_{[0;1]} f(x) = -2; \max_{[0;1]} f(x) = 1$

D. Một số kết quả khác

Câu 11: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{5}{3}$ là:

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 3)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 12: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 - \frac{3}{2}$ là:

- A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (0; \sqrt{3})$ B. $\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$
C. $(\sqrt{3}; +\infty)$ D. $(-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

Câu 13: Khoảng đồng biến của hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ là:

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(0; 1)$ C. $(1; 2)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 14: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ luôn đồng biến trên \mathbb{R} khi:

- A. $m > 3$ B. $m < 3$ C. $m \leq 3$ D. $m \geq 3$

Câu 15: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} :

- A. $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2008$ B. $y = x^4 + x^2 + 2008$

- C. $y = \cot x$ D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, hàm số đồng biến trong các khoảng nào sau đây:

- A. $(0; 1)$ B. $(1; e)$ C. $(0; e)$ D. $(e; +\infty)$

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:

- A. $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R}
- B. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$
- C. $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R}
- D. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm nào đồng biến trên $(1; 3)$

- A. $y = \frac{x-3}{x-1}$
- B. $y = \frac{x^2 - 4x + 8}{x-2}$
- C. $y = 2x^2 - x^4$
- D. $y = x^2 - 4x + 5$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai:

- A. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-1; 1)$
- B. $f(x)$ giảm trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$
- C. $f(x)$ tăng trên khoảng $(1; 3)$
- D. $f(x)$ giảm trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

Câu 20: Hàm số $y = x \ln x$ luôn đồng biến trên khoảng:

- A. $(10^{-1}; +\infty)$
- B. $(e^{-1}; +\infty)$
- C. $(e; +\infty)$
- D. $(1; +\infty)$

Câu 21. Tìm cực trị của hàm số : $y = x - \sin 2x + 2$.

Chọn đáp án đúng:

- A. $y_{CD} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi$
- B. $y_{CD} = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = -\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi$
- C. $y_{CD} = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = -\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} + 2 + k\pi$
- D. $y_{CD} = -\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} + 2 + k\pi$

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C).

Tìm m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị (C) tạo với đường thẳng $\Delta: x + my + 3 = 0$ một góc α biết $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án đúng:

- A. $m = 2 \vee m = -\frac{2}{11}$
- B. $m = -2 \vee m = -\frac{2}{11}$

C. $m = 2 \vee m = \frac{2}{11}$

D. $m = -2 \vee m = \frac{2}{11}$

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số. Xác định m để đồ thị (C_m) của hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án đúng:

A. $m < 0$

B. $m \geq 0$

C. $m \leq 0$

D. $m > 0$

Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (1).

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

Chọn đáp án đúng:

A. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

B. $y = -2x - 1$

C. $y = 2x + 3$

D. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$, m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = -2$

B. $m = -1$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Câu 26. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ (1). Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

Chọn đáp án đúng:

A. $m = \frac{1}{3}$

B. $m = -\frac{1}{3}$

C. $m = -\frac{1}{2}$

D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 27. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m + 3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại $x = 2$

Chọn đáp án đúng:

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$

Câu 28. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = -2$

B. $m = -4$

C. $m = 2$

D. $m = 4$

Câu 29. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x + m - 2$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = -3$

B. $m = -1$

C. $m = 0$

D. $m = 5$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tam giác MAB cân tại M.

Chọn đáp án đúng:

- A . $M(0;2)$ B . $M(0;-2)$ C . $M(0;1)$ D . $M(0;-1)$

Câu 31 . Tìm m để đường thẳng $(d): y = x - m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$.

- A) $m = \pm 1$ B) $m = \pm 2$ C) $m = \pm \frac{1}{2}$ D) $m = \pm 3$

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ Tìm điểm M trên (C) để khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox.

- A) $M(0;1), M(-4;3)$ B) $M(0;-1), M(4;3)$ C) $M(0;-1), M(-4;-3)$ D) $M(0;1), M(4;-3)$

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị kí hiệu là (C). Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

- A) $m = -2; m = 6$ B) $m = 3; m = 2$ C) $m = 2; m = 3$ D) $m = -6; m = 2$

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C)

Tìm tham số m để đường thẳng $(d_m) y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách AB nhỏ nhất.

- A) $m = \pm 1$ B) $m = 1$ C) $m = -1$ D) $m = \pm 2$

Câu 35 Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

Gọi là giao điểm 2 đường tiệm cận của (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm M có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến với (C) tại cắt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt tại A và B thỏa mãn $2IA^2 + IB^2 = 12$.

Có một điểm $M_2 \left(b + \sqrt{a}; 2 + \frac{\sqrt{a}}{2} \right)$ Giá trị của $S = a + b$ là bao nhiêu

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1).

Tìm m đường thẳng $d: y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB bằng $3\sqrt{2}$.

- A) $m = \pm 1$ B) $m = \pm 4$ C) $m = \pm \frac{1}{2}$ D) $m = \pm \frac{3}{2}$

Câu 37 hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ (C_m).

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực trị và đường thẳng đi qua cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số (C_m) cắt đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \frac{2}{5}$.

- A) $m = -6$ B) $m = -\sqrt{6}$ C) $m = \pm\sqrt{6}$ D) $m = 6$

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$.

Tìm điểm M trên đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB ngắn nhất.

- A) $m = 3; m = 1$ B) $m = -3; m = 1$ C) $m = 3; m = -1$ D) $m = -3; m = -1$

Câu 39 Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$

Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = (m^2 - 9)x + 1$ cắt (C) tại ba điểm A, B, C sao cho $x_A < x_B < x_C$ và $AC = 3AB$

- A) $m = \pm 3\sqrt{3}$ B) $m = \pm 2\sqrt{3}$ C) $m = \pm\sqrt{3}$ D) $m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Câu 40: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 12mx + 8$ (C) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (C) có cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa chúng bằng $\sqrt{2}$

- A) $m = -3, m = 1$ B) $m = 3, m = -1$ C) $m = 3, m = 1$ D) $m = -3, m = -1$

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

Chọn đáp án đúng:

- A. $y = 3x - 1$ B. $y = 3x - \frac{26}{3}$ C. $y = 3x - 2$ D. $y = 3x - \frac{29}{3}$

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Chọn đáp án đúng:

- A. $y = -3x + 2$ B. $y = 3x + 2$ C. $y = -3x - 2$ D. $y = 3x - 2$

Câu 43. Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1

Chọn đáp án đúng:

A. $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ B. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ C. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$ D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

Câu 44. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình $y''(x_0) = 12$.

Chọn đáp án đúng:

A. $y = -9x + 14$ B. $y = 9x + 14$ C. $y = -9x - 14$ D. $y = 9x - 14$

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{2x+4}{x+1}$ (C)

Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(-7; 4)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đi qua điểm trung điểm I của AB .

Chọn đáp án đúng:

A. $y = 2x + 8$ B. $y = -3x - 7$ C. $y = -2x - 4$ D. $y = 3x + 11$

Câu 46. Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1.

Chọn đáp án đúng:

A. $y = \frac{1}{2}x - 1$ B. $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ C. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ D. $y = \frac{1}{4}x$

Câu 47. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ (1)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các giao điểm của (C) với đường thẳng $d: y = -x - 2$. Biết tọa độ tiếp điểm có hoành độ dương.

Chọn đáp án đúng:

A. $y = -9x + 14$ B. $y = 9x - 22$ C. $y = 7x - 18$ D. $y = -7x + 10$

Câu 48. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 - 4$.

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 15x - 2y = 0$ và tiếp điểm có hoành độ dương.

A. $y = \frac{15}{2}x - 6$ B. $y = -\frac{15}{2}x + 6$ C. $y = -\frac{15}{2}x - 6$ D. $y = \frac{15}{2}x + 6$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C) .

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 , biết $f'(x_0) = 5x_0 + 7$.

Chọn đáp án đúng:

- A . $y = -9x + 11$ B . $y = 8x - 6$ C . $y = 9x - 7$ D . $y = -8x + 10$

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x-1}$ (C) .

Số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- (1) Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$.
- (2) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- (3) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng $\frac{2}{3}$ là $y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$.

Chọn đáp án đúng

- A . 0 B . 1 C . 2 D . 4

LỜI GIẢI BÀI 1

Câu 1: Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 12x^2 + 8x = x(4x^2 - 12x + 8)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	\searrow	$\frac{3}{4}$	\nearrow	$\frac{7}{4}$	\searrow	$\frac{3}{4}$	\nearrow	$+\infty$

Câu 2: Chọn B

TXĐ: $D = (0; 3]$

Đạo hàm: $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in D$

BBT:

x	0	3
y'		+
y		$\nearrow \frac{8}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên thấy $\max y = \frac{8}{3}$ khi $x = 3$

Câu 3: Chọn A

TXĐ: $D = [-4; 4]$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

BBT:

x	-4	-1	3	4		
y'		+	0	-	0	+
y	-41	40	8	15		

Dựa vào bảng biến thiên thấy $Maxy = 40$ khi $x = -1$

Câu 4: Chọn B

$$TXĐ: D = [-1; 1]$$

$$\text{Đạo hàm: } y' = -\frac{2}{\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in D \rightarrow y \text{ nghịch biến trên } [-1; 1]$$

$$\text{Vậy: } Maxy = y(-1) = 3$$

Câu 5: Chọn C

$$TXĐ: D = (-2; 4]$$

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{2}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in D \rightarrow y \text{ đồng biến trên } (-2; 4]$$

$$\text{Vậy: } Maxy = y(4) = \frac{2}{3}$$

Câu 6: Chọn A

$$\text{Hàm số } y \text{ viết lại } y = \sin^3 x - (1 - 2\sin^2 x) + \sin x + 2$$

$$\text{hay } y = \sin^3 x + 2\sin^2 x + \sin x + 1$$

$$\text{Đặt } t = \sin x, t \in (-1; 1). \text{ Ta có } y = t^3 + 2t^2 + t + 1, y' = 3t^2 + 4t + 1$$

$$\text{Ta tìm được } \min_{x \in (-1; 1)} y = \frac{43}{27}$$

Câu 7: Chọn A

$$TXĐ: D = (0; 4)$$

$$\text{Đạo hàm: } y' = -1 + \frac{1}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in D$$

$$\text{Lập bảng biến thiên và dựa vào bảng ta được } Maxy = 2006 \text{ tại } x = 1$$

Câu 8:

$$\text{Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: } y = -2x^2 + 4x - 5$$

A. -5

B. -4

C. -3

D. -2

Giải:

Đáp án C, vì $y' = -4x + 4 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y_{CD} = -3 \Rightarrow GTLN : y = -3$

Bài 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$

A. 1

B. 2

C. 3

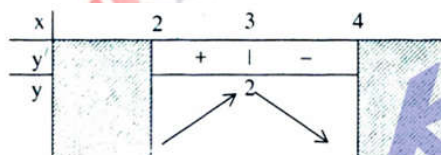
D. 4

Giải:

Đáp án B

Cách 1: Tập xác định của hàm số: $2 \leq x \leq 4$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$$



Cách 2: $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} \leq \sqrt{(1+1)(x-2+4-x)} \leq 2$

(áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky)

Bài 10. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ là

A. $\min_{[0;1]} f(x) = 1; \max_{[0;1]} f(x) = \sqrt{2}$

B. $\min_{[0;1]} f(x) = 1; \max_{[0;1]} f(x) = 2$

C. $\min_{[0;1]} f(x) = -2; \max_{[0;1]} f(x) = 1$

D. Một số kết quả khác

Giải:

Đáp án B vì $y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}$ với $x \in [0; 1]$

$y' > 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\Rightarrow \min_{[0;1]} f(x) = 1; \max_{[0;1]} f(x) = 2$

Câu 11: Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = x^2 - 2x - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Câu 12: Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 2x(x^2 - 3)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y								

Câu 13: Chọn B

TXĐ: $D = [0; 2]$

Đạo hàm: $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, x \in (0; 2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	0	1	2	
y'		+	0	-
y				

BBT:

BBT:

Câu 14: Chọn D

* Nhắc lại: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

$$f(x) \geq 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}; \quad f(x) \leq 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số y luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$$

Câu 15: Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x + 3 = 3(x+1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

→ Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R}

Câu 16: Chọn D

TXĐ: $D = (0; 1) \cup (1; +\infty)$

Đạo hàm: $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$

BBT:

x		0	1		e		$+\infty$
y'			-		-	0	+
y							

Câu 17: Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Đạo hàm: $y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$

→ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$

Câu 18: Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Đạo hàm: $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$

→ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty) \rightarrow y$ đồng biến trên $(1; 3)$

Câu 19: Chọn D

Câu 20: Chọn B

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

Đạo hàm: $y' = \ln x + 1, y' = 0 \Leftrightarrow x = e^{-1}$

Lập bảng biến thiên \rightarrow Hàm số đồng biến trên $(e^{-1}; +\infty)$

Câu 21. Tìm cực trị của hàm số : $y = x - \sin 2x + 2$.

Chọn đáp án đúng:

A. $y_{CD} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi$ B. $y_{CD} = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = -\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi$

C. $y_{CD} = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = -\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} + 2 + k\pi$ D. $y_{CD} = -\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} + 2 + k\pi; y_{CT} = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} + 2 + k\pi$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 1 - 2\cos 2x, f''(x) = 4\sin 2x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f''\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3} < 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại } x_i = -\frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\text{Với } y_{CD} = f\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f''\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} > 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x_i = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\text{Với } y_{CT} = f\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C).

Tìm m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị (C) tạo với đường thẳng $\Delta: x + my + 3 = 0$ một góc α biết $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = 2 \vee m = -\frac{2}{11}$

B. $m = -2 \vee m = -\frac{2}{11}$

C. $m = 2 \vee m = \frac{2}{11}$

D. $m = -2 \vee m = \frac{2}{11}$

Đường thẳng đi qua CĐ, CT là $\Delta_1: 2x + y = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n}_1(2;1)$

Đường thẳng đã cho $\Delta: x + my + 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_2(1; m)$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \cos(\Delta; \Delta_1) = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|m+2|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow 25(m^2 + 4m + 4) = 5 \cdot 16 \cdot (m^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 11m^2 - 20m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{2}{11} \end{cases}$$

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số. Xác định m để đồ thị (C_m) của hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án đúng:

A . $m < 0$

B . $m \geq 0$

C . $m \leq 0$

D . $m > 0$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ ta có } y'(x) = 4x^3 + 2mx = 2x(2x^2 + m),$$

(C_m) có ba điểm cực trị khi $y'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt, tức là $2x(2x^2 + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 2x^2 + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0$$

$$\Leftrightarrow m < 0.$$

Xét dấu y' và kết luận.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (1).

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

Chọn đáp án đúng:

A . $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

B . $y = -2x - 1$

C . $y = 2x + 3$

D . $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

Đường thẳng đi qua 2 c ực trị A(1;2) và B(3;-2) là $y = -2x + 4$

Ta có pt đt vuông góc với (AB) nên có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$

Vậy PT đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$, m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = -2$

B. $m = -1$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + m^2 - 1$; $y'' = 6x - 6m$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 12m + 11 = 0 \\ 12 - 6m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

Vậy với $m = 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 26. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ (1). Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

Chọn đáp án đúng:

A. $m = \frac{1}{3}$

B. $m = -\frac{1}{3}$

C. $m = -\frac{1}{2}$

D. $m = \frac{1}{2}$

$$y' = -3x^2 + 3m = -3(x^2 - m); \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị \Leftrightarrow PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 (**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$, $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \text{ (TM (**))}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{2}$$

Câu 27. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m + 3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại $x = 2$

Chọn đáp án đúng:

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 2(m+3)x - (m^2 + 2m); y'' = -6x + 2(m+3)$$

$$\text{Hàm số đã cho đạt cực đại tại } x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \text{ . Kết luận : Giá trị } m \text{ cần tìm là } m = 0, m = 2$$

Câu 28. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Chọn đáp án đúng:

A. $m = -2$

B. $m = -4$

C. $m = 2$

D. $m = 4$

+TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+Đạo hàm: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$

$$y'' = 2x - 2m$$

$$\text{+Hàm số đạt cực đại tại } x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \vee m = 2 \\ m > 1 \end{cases}$$

+Vậy $m = 2$

Câu 29. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x + m - 2$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án đúng:

A . $m = -3$

B . $m = -1$

C . $m = 0$

D . $m = 5$

TXĐ: R

$$y' = 3x^2 - 3(m+1)$$

HS đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow y'(-1) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m = 0$

Thử lại: $m = 0$ (thỏa mãn)

KL

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tam giác MAB cân tại M.

Chọn đáp án đúng:

A . $M(0; 2)$

B . $M(0; -2)$

C . $M(0; 1)$

D . $M(0; -1)$

Ta có phương trình đường trung trực của AB là d: $x - 2y + 4 = 0$

Hoành độ giao điểm của d và (C): $2x^3 - 7x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{7}{2}} \end{cases} \Rightarrow M_1(0; 2) \text{ (loại)}; M_2\left(-\sqrt{\frac{7}{2}}; -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{2}} + 2\right); M_3\left(\sqrt{\frac{7}{2}}; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{2}} + 2\right)$$

Câu 31 . Tìm m để đường thẳng (d): $y = x - m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$.

A) $m = \pm 1$

B) $m = \pm 2$

C) $m = \pm \frac{1}{2}$

D) $m = \pm 3$

Pt hoành độ giao điểm $\frac{x+1}{x-1} = x - m \Leftrightarrow x + 1 = (x - m)(x - 1)$ (vì $x = 1$ không là nghiệm của pt)

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m - 1 = 0 \quad (1)$$

Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = m^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó $A(x_1; x_1 - m), B(x_2; x_2 - m)$. Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$$AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 18 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 9 \Leftrightarrow (m + 2)^2 - 4(m - 1) = 9 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tìm điểm M trên (C) để khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox .

- A) $M(0;1), M(-4;3)$ B) $M(0;-1), M(4;3)$ C) $M(0;-1), M(-4;-3)$ D) $M(0;1), M(4;-3)$

Gọi $M(x_0; y_0)$, $(x_0 \neq 1)$, $y_0 = \frac{2x_0+1}{x_0-1}$. Ta có $d(M, \Delta_1) = d(M, Ox) \Leftrightarrow |x_0 - 1| = |y_0|$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 1| = \left| \frac{2x_0+1}{x_0-1} \right| \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = |2x_0 + 1|$$

Với $x_0 \geq \frac{-1}{2}$, ta có: $x_0^2 - 2x_0 + 1 = 2x_0 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$ Suy ra $M(0;-1), M(4;3)$

Với $x_0 < \frac{-1}{2}$, ta có pt $x_0^2 - 2x_0 + 1 = -2x_0 - 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy $M(0;-1), M(4;3)$

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị kí hiệu là (C) . Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

- A) $m = -2; m = 6$ B) $m = 3; m = 2$ C) $m = 2; m = 3$ D) $m = -6; m = 2$

Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: y = -x + m$ là:

$$\frac{x+2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x+2 = -x^2 + mx + x - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - mx + m + 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m + m + 2 \neq 0 \\ m^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 8 > 0 (*)$$

Khi đó d cắt (C) tại $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$, với x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1). Theo

$$\text{Viết, ta có } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2]} = \sqrt{2(m^2 - 4m - 8)}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với :

$$\sqrt{2(m^2 - 4m - 8)} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (*)).}$$

Vậy $m = -2$ hoặc $m = 6$.

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C)

Tìm tham số m để đường thẳng $(d_m): y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách AB nhỏ nhất.

- A) $m = \pm 1$ B) $m = 1$ C) $m = -1$ D) $m = \pm 2$

Phương trình hoành độ giao điểm chung giữa (C) & (d_m) là: $\frac{x+1}{x-1} = 2x + m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ g(x) = 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \end{cases} (*) \text{ phương trình } (*) \text{ có } \begin{cases} \Delta = m^2 + 2m + 17 > 0 \forall m \\ g(1) = -2 \neq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow (C) \cap (d_m) = \{A \neq B\} \forall m$. gọi $A(x_1; 2x_1 + m)$ theo định lý viét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3-m}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{1+m}{2} \end{cases} \Rightarrow AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (2x_1 - 2x_2)^2 = 5 \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \right]$$

$$AB^2 = 5 \left[\left(\frac{3-m}{2} \right)^2 + 4 \left(\frac{1+m}{2} \right) \right] = 5 \left[\frac{m^2 + 2m + 17}{4} \right] = 5 \left[\frac{(m+1)^2 + 16}{4} \right] \geq 20$$

$\Rightarrow AB \geq 2\sqrt{5}$ dấu bằng xảy ra khi $m = -1$

Vậy khoảng cách AB ngắn nhất bằng $2\sqrt{5} \Leftrightarrow m = -1$

Câu 35 Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

Gọi là giao điểm 2 đường tiệm cận của (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm M có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến với (C) tại cắt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt tại A và B thỏa mãn $2IA^2 + IB^2 = 12$. Có một

điểm $M_2 \left(b + \sqrt{a}; 2 + \frac{\sqrt{a}}{2} \right)$

Giá trị của $S = a + b$ là bao nhiêu

- A) 2 **B) 3** C) 4 D) 8

$$I(1;2), M(x_0; y_0) \in (C) \quad x_0 > 0$$

Tiếp tuyến với (C) tại M có pt là: $\Delta: y = -\frac{1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-1}$

Gọi $A = \Delta \cap TCD(x=1) \Rightarrow \begin{cases} x_A = 1 \\ y_A = \frac{1}{x_0-1} + \frac{2x_0-1}{x_0-1} = \frac{2x_0}{x_0-1} \end{cases}$

Do đó $A\left(1; \frac{2x_0}{x_0-1}\right)$

Gọi $B = \Delta \cap TCN\{y=2\} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_0-1 \\ y_B = 2 \end{cases}$

Do đó $B(2x_0-1; 2)$

$$IA^2 = \left(\frac{2x_0}{x_0-1} - 2\right)^2 = \left(\frac{2}{x_0-1}\right)^2 = \frac{4}{(x_0-1)^2}$$

$$IB^2 = (2x_0-2)^2 = 4(x_0-1)^2$$

$$2IA^2 + IB^2 = \frac{8}{(x_0-1)^2} + 4(x_0-1)^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0-1)^2} + (x_0-1)^2 = 3$$

Đặt $y = (x_0-1)^2 > 0$; $\frac{2}{y} + y = 3 \Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$y = 1; (x_0-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0-1 = 1 \\ x_0-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0(l) \end{cases}$

$y = 2; (x_0-1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_0-1 = \sqrt{2} \\ x_0-1 = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1+\sqrt{2} \\ x_0 = 1-\sqrt{2}(l) \end{cases}$

Vậy có 2 điểm cần tìm $M_1(2;3); M_2\left(1+\sqrt{2}; 2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1).

Tìm m để đường thẳng d: $y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB bằng $3\sqrt{2}$.

A) $m = \pm 1$

B) $m = \pm 4$

C) $m = \pm \frac{1}{2}$

D) $m = \pm \frac{3}{2}$

b) phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là: $\frac{x+1}{x-1} = x+m$ (ĐK: $x \neq 1$)

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m - 1 = 0. (*)$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1^2 - (m-2) \cdot 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \text{ (đúng với mọi } m)$$

Vậy (d) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m.

*Gọi $A(x_1; x_1 + m); B(x_2; x_2 + m)$

$$x_1, x_2 \text{ là hai nghiệm của } (*) \text{ nên theo Viet, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

$$AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 18 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 18$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \Leftrightarrow (-m+2)^2 - 4(-m-1) = 9$$

$$m^2 + 8 = 9 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ và $m = -1$.

Câu 37 hàm số $y = y = x^3 - 3mx + 2$ (C_m).

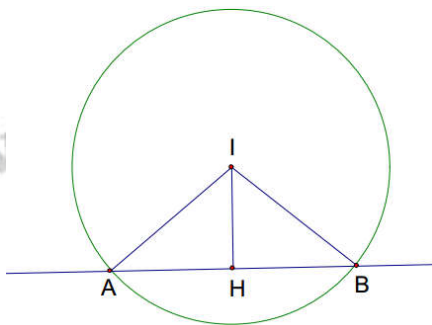
Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực trị và đường thẳng đi qua cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số (C_m) cắt đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \frac{2}{5}$.

A) $m = -6$

B) $m = -\sqrt{6}$

C) $m = \pm\sqrt{6}$

D) $m = 6$



+ Ta có $y' = 3x^2 - 3m$

Để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$

Phương trình đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu là $\Delta: 2mx + y - 2 = 0$

Điều kiện để đường thẳng Δ cắt tròn tại hai điểm phân biệt là: $d(I, \Delta) < R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m + 2 - 2|}{\sqrt{4m^2 + 1}} < 1 \Leftrightarrow |2m| < \sqrt{4m^2 + 1} \Leftrightarrow 0 < 1, \forall m$$

Gọi H là hình chiếu của I trên AB. Ta có $IH = \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Theo bài ra $d(I, \Delta) = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m|}{\sqrt{4m^2 + 1}} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \Leftrightarrow m^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{6} \\ m = -\sqrt{6} (L) \end{cases}$$

Vậy $m = -\sqrt{6}$ là giá trị cần tìm

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$.

Tìm điểm M trên đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB ngắn nhất.

- A) $m = 3; m = 1$ B) $m = -3; m = 1$ C) $m = 3; m = -1$ D) $m = -3; m = -1$

vì $M \in (C)$ nên g/s $M\left(x_0; \frac{2x_0-3}{x_0-2}\right)$

Tiếp tuyến của (C) tại m có pt là $AB = \sqrt{(2x_0-4)^2 + \left(2 - \frac{2x_0-2}{x_0-2}\right)^2} = 2\sqrt{(x_0-2)^2 + \frac{1}{(x_0-2)^2}} \geq 2\sqrt{2}$

Vậy $AB_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $(x_0-2)^2 = \frac{1}{(x_0-2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow M(3; 3) \\ x_0 = 1 \Rightarrow M(1; 1) \end{cases}$

Câu 39 Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$

Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = (m^2 - 9)x + 1$ cắt (C) tại ba điểm A, B, C sao cho $x_A < x_B < x_C$ và $AC = 3AB$

- A) $m = \pm 3\sqrt{3}$ B) $m = \pm 2\sqrt{3}$ C) $m = \pm \sqrt{3}$ D) $m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = (m^2 - 9)x + 1$ cắt (C) tại ba điểm A, B, C sao cho $x_A < x_B < x_C$ và $AC = 3AB$

PTHĐGD:

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 1 = (m^2 - 9)x + 1 \Leftrightarrow x[x^2 - 6x + m^2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + m^2 = 0; (1) \end{cases}$$

Δ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Rightarrow 9 - m^2 > 0 \Rightarrow -3 < m < 3, m \neq 0$$

Khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt dương nên $x_A = 0$, x_B và x_C là hai nghiệm của (1)

Đề $AC = 3AB$ thì $x_C = 3x_B$

Theo vi-et ta có: $\begin{cases} x_B + x_C = 6 \\ x_B x_C = m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_B = 6 \\ 3x_B^2 = m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{3}{2} \\ \frac{27}{4} = m^2 \end{cases} \Rightarrow m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Thử lại $m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$ thỏa mãn

Câu 40: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 12mx + 8$ (C) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (C) có cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa chúng bằng $\sqrt{2}$

- A) $m = -3, m = 1$ B) $m = 3, m = -1$ **C) $m = 3, m = 1$** D) $m = -3, m = -1$

Lời giải

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(m+2)x + 12m = 6[x^2 - (m+2)x + 2m]$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ đổi dấu qua các nghiệm

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4.2m > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \Rightarrow y = -m^3 + 6m^2 + 8 \\ x = 2 \Rightarrow y = 12m \end{cases}$

Giả sử $A(m; -m^3 + 6m^2 + 8), B(2; 12m)$ là các điểm cực trị của hàm số

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 2 \Leftrightarrow (m-2)^2 + (-m^3 + 6m^2 - 12m + 8)^2 = 2 \Leftrightarrow (m-2)^2 + (m-2)^6 = 2$$

$$\text{Đặt } t = (m-2)^2 \Rightarrow t + t^3 = 2 \Leftrightarrow t^3 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2 + t + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} t-1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \\ t^2 + t + 2 = 0 \text{ (vn)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 1 \\ m-2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = 3, m = 1$ là giá trị cần tìm

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

Chọn đáp án đúng:

- A. $y = 3x - 1$ B. $y = 3x - \frac{26}{3}$ C. $y = 3x - 2$ **D. $y = 3x - \frac{29}{3}$**

$$y' = x^2 - 4x + 3.$$

Đường thẳng $y = 3x + 1$ có hệ số góc 3

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên: $y'(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ pttt} \quad y = 3x + 1$$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \text{ pttt} \quad y = 3x - \frac{29}{3}$$

Thử lại, ta được $y = 3x - \frac{29}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Chọn đáp án đúng:

A . $y = -3x + 2$

B . $y = 3x + 2$

C . $y = -3x - 2$

D . $y = 3x - 2$

Gọi A là giao điểm của đồ thị (C) và trục tung. Suy ra $A(0; -2)$

$$y' = 3x^2 - 6x - 3$$

$$y'(0) = -3$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(0; -2)$ là $y = y'(0)(x - 0) - 3 = -3x - 2$

Câu 43.

Cho hàm số : $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1

Chọn đáp án đúng:

A . $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

B . $y = -\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

C . $y = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

D . $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1

Với $y = 1 \Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \Rightarrow x = 4$; $y'(4) = \frac{1}{5}$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(4;1)$ là: $y = \frac{1}{5}(x - 4) + 1 = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

Câu 44. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình $y''(x_0) = 12$.

Chọn đáp án đúng:

A. $y = -9x + 14$

B. $y = 9x + 14$

C. $y = -9x - 14$

D. $y = 9x - 14$

Có $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y'' = -6x$

Theo giả thiết $y''(x_0) = 12 \Leftrightarrow -6x_0 = 12 \Leftrightarrow x_0 = -2$

Có $y(-2) = 4, y'(-2) = -9$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = -9x - 14$

Câu 45.
Cho hàm

số $y = \frac{2x + 4}{x + 1}$ (C)

Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(-7; 4)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đi qua điểm trung điểm I của AB .

Chọn đáp án đúng:

A. $y = 2x + 8$

B. $y = -3x - 7$

C. $y = -2x - 4$

D. $y = 3x + 11$

Viết phương trình tiếp tuyến của (C)

Gọi Δ qua $I(-3; 2)$ có hệ số góc $k \Rightarrow \Delta: y = k(x + 3) + 2$

Điều kiện Δ tiếp xúc (C) $\begin{cases} \frac{2x + 4}{x + 1} = k(x + 3) + 2 \\ \frac{-2}{(x + 1)^2} = k \end{cases}$

.Giải hệ $\Rightarrow x = -2 \Rightarrow k = -2$

.Vậy phương trình tiếp tuyến : $\Delta : y = -2x - 4$

Câu 46.

Cho hàm số : $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1.

Chọn đáp án đúng:

A . $y = \frac{1}{2}x - 1$

B . $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

C . $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

D . $y = \frac{1}{4}x$

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1

Với $y = 1 \Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \Rightarrow x = 4$; $y'(4) = \frac{1}{5}$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(4;1)$ là: $y = \frac{1}{5}(x - 4) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

Câu 47. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ (1)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các giao điểm của (C) với đường thẳng d: $y = -x - 2$. Biết tọa độ tiếp điểm có hoành độ dương.

Chọn đáp án đúng:

A . $y = -9x + 14$

B . $y = 9x - 22$

C . $y = 7x - 18$

D . $y = -7x + 10$

Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của phương trình: $-x^3 + 3x - 2 = -x - 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow x = 2(t/m)$$

Với $x = 2$ thì $y(2) = -4$; $y'(2) = -9$

PTTT là: $y = -9x + 14$

Câu 48. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 - 4$.

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 15x - 2y = 0$ và tiếp điểm có hoành độ dương.

A. $y = \frac{15}{2}x - 6$

B. $y = -\frac{15}{2}x + 6$

C. $y = -\frac{15}{2}x - 6$

D. $y = \frac{15}{2}x + 6$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm ($x_0 > 0$).

$$f'(x_0) = 6x_0^2 + 12x_0 = \frac{15}{2} \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_0 = -\frac{9}{4}$$

Phương trình tiếp tuyến $y = \frac{15}{2}x - 6$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C).

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 , biết $f''(x_0) = 5x_0 + 7$.

Chọn đáp án đúng:

A. $y = -9x + 11$

B. $y = 8x - 6$

C. $y = 9x - 7$

D. $y = -8x + 10$

Ta có $y' = f'(x) = 3x^2 + 6x$ và $y'' = f''(x) = 6x + 6$

Khi đó $f''(x_0) = 5x_0 + 7 \Leftrightarrow 6x_0 + 6 = 5x_0 + 7 \Leftrightarrow x_0 = 1$ (0,25)

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$ và $y'(x_0) = y'(1) = 9$ (0,25)

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) là: $y - 2 = 9(x - 1) \Leftrightarrow y = 9x - 7$

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x-1}$ (C).

Số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

1) Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$.

2) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

3) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng $\frac{2}{3}$ là $y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$.

Chọn đáp án đúng

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4