

Sưu tập và biên soạn: Thầy Hiếu Live – 0988 593 390

Lớp học toán thầy Hiếu Live!

Miễn phí học thử 1 tuần học viên mới

Trung tâm Olympia – Cảnh trường cấp 3 Vân Nội

Dạng 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

Bài toán 1: Khảo sát sự biến thiên hàm bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$):

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

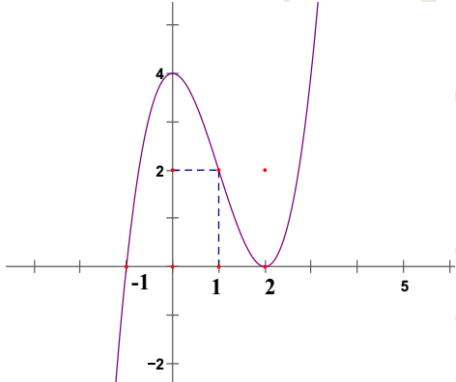
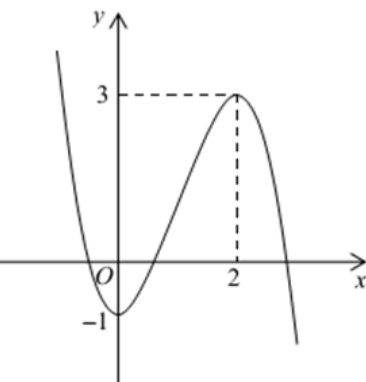
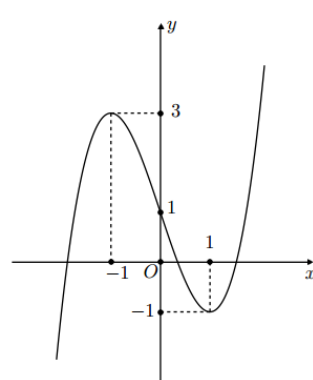
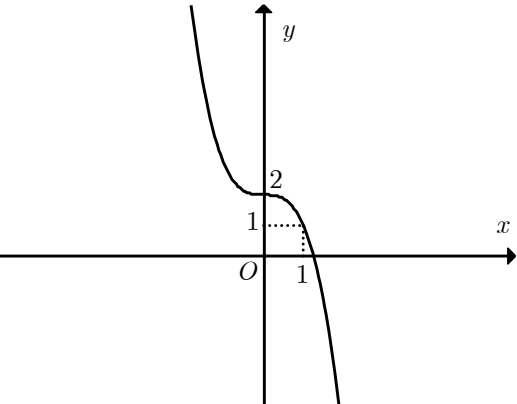
Đồ thị luôn có một điểm uốn và nhận điểm uốn là tâm đối xứng

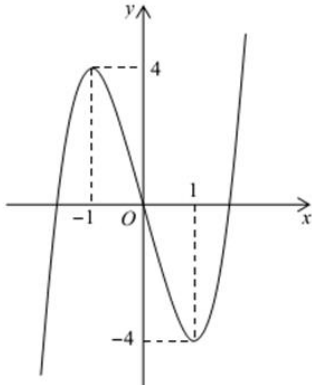
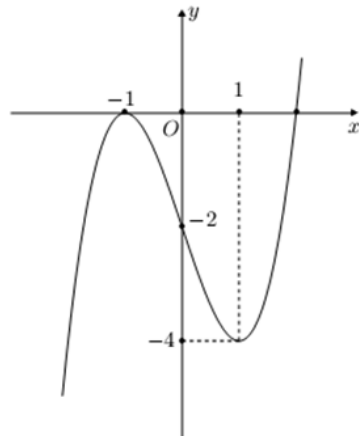
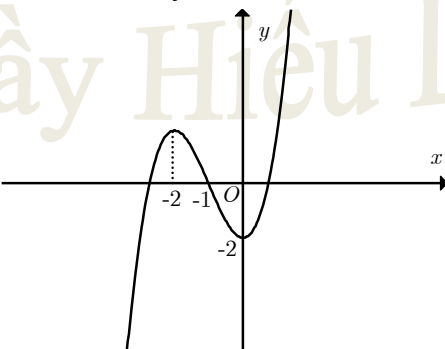
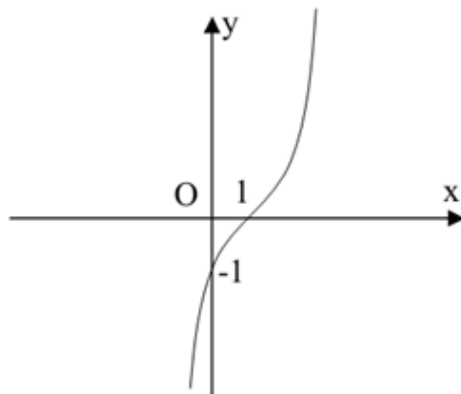
Các dạng đồ thị:

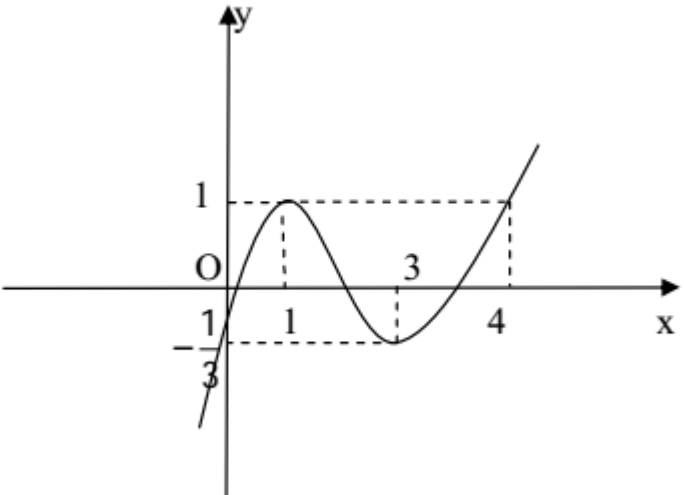
	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
$y' = 0$ có nghiệm kép		
$y' = 0$ vô nghiệm		

BÀI TẬP

Câu 1 :	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
A.	$y = x + 1^2 - 2 - x$	B.	$y = x + 1^2 + 1 + x$	C.	$y = x + 1^2 - 2 + x$	D.	$y = x + 1^2 + 1 - x$

	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 2 :							
A.	$y = -x^3 - 3x^2 + 2$	B.	$y = -x^3 + 3x^2 + 4$	C.	$y = x^3 - 3x^2 + 2$	D.	$y = x^3 - 3x^2 + 4$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 3 :							
A.	$y = x^3 - 3x^2 - 1$	B.	$y = -x^3 + 3x^2 - 1$	C.	$y = -x^3 + 6x^2 - 1$	D.	$y = -x^3 + 3x^2 - 4$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 4 :							
A.	$y = -x^3 + 3x + 1$	B.	$y = x^3 - 3x + 1$	C.	$y = -x^3 + 3x + 2$	D.	$y = x^3 + 3x + 1$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 5 :							
A.	$y = -x^3 + 2$	B.	$y = -x^3 + 3x + 2$	C.	$y = -x^3 - x + 2$	D.	$y = -x^3 + 1$

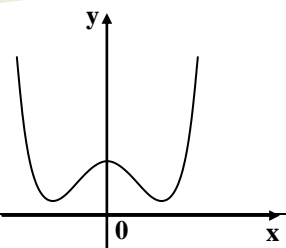
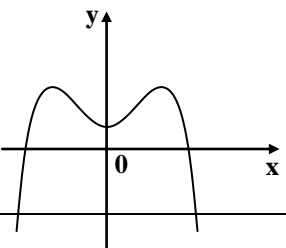
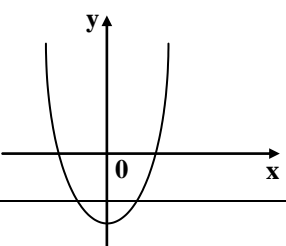
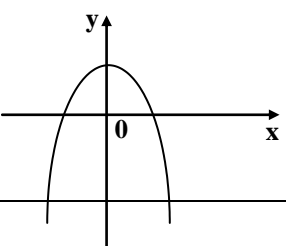
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 6 :							
A.	$y = -x^3 + 3x$	B.	$y = x^3 - 3x$	C.	$y = 2x^3 - 6x$	D.	$y = -2x^3 + 6x$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 7 :							
A.	$y = x^3 - 2$	B.	$y = x^3 - 3x - 2$	C.	$y = -x^3 + 3x - 2$	D.	$y = -x^3 - 3x$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 8 :							
A.	$y = x^3 + 3x^2 - 2$	B.	$y = x^3 - 3x^2 - 2$	C.	$y = -x^3 - 3x^2 - 2$	D.	$y = -x^3 + 3x^2 - 2$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 9 :							

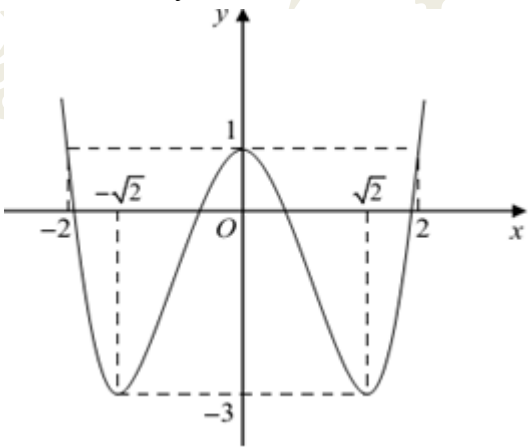
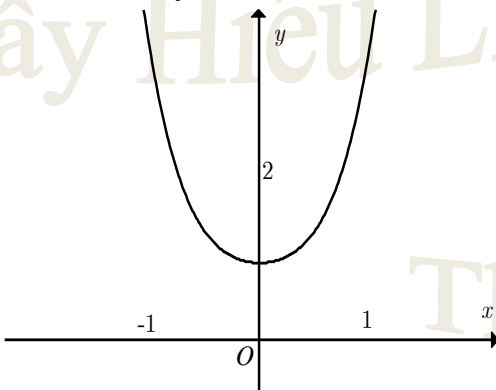
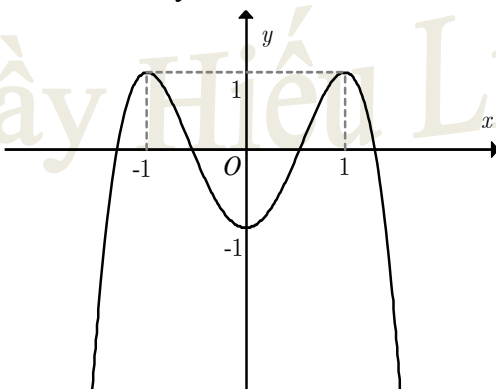
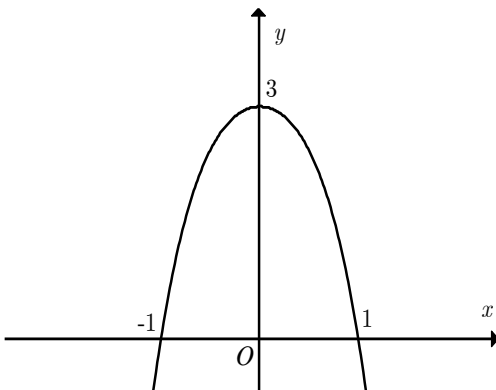
A.	$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$	B.	$y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$
C.	$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$	D.	$y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$
<p>Câu 10 :</p> <p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 			
A.	$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x^2 - 3x - \frac{1}{3}$	B.	$y = \frac{1}{3}x^2 - 3x^2 + 4x - \frac{1}{3}$
C.	$y = x^2 - 6x^2 + 9x - 1$	D.	$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$

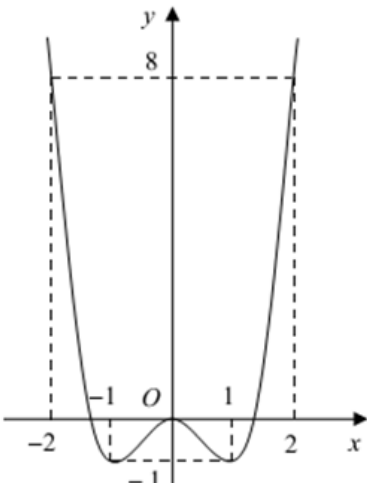
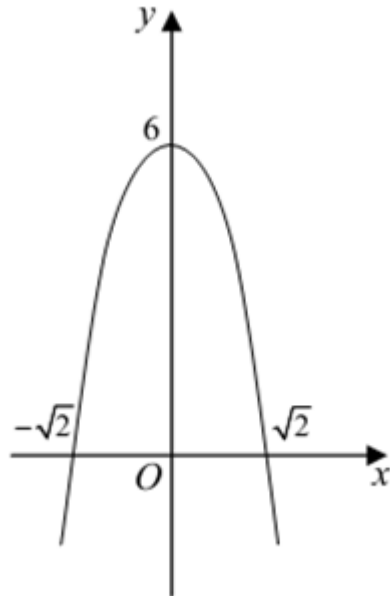
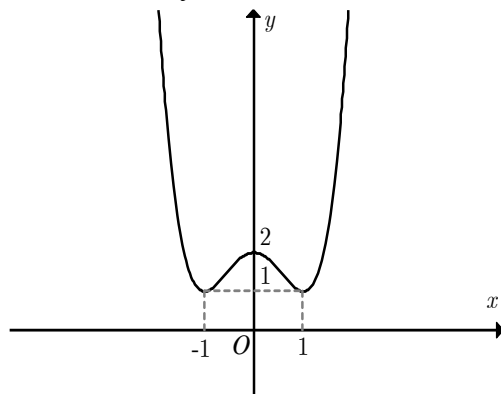
Bài toán 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$

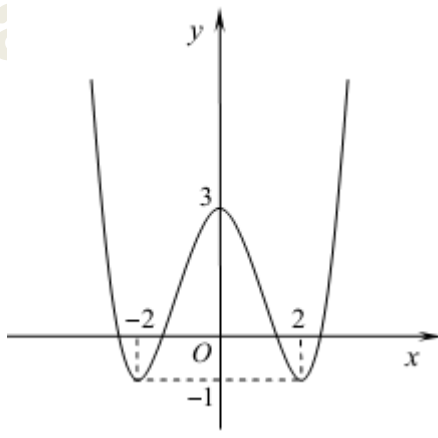
Hàm số trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$):

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Đồ thị luôn nhận trục tung làm trục đối xứng
- Các dạng đồ thị

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow ab < 0$		
$y' = 0$ chỉ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow ab > 0$		

	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?							
Câu 1 :								
A.	$y = -x^4 + 4x^2 - 3$	B.	$y = -x^4 + 4x^2 - 4$	C.	$y = x^4 - 4x^2 + 1$	D.	$y = x^4 + 4x^2 + 1$	
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?							
Câu 2 :								
A.	$y = x^4 + x^2 + 2$	B.	$y = x^4 + x^2 + 1$	C.	$y = x^4 - x^2 + 2$	D.	$y = x^4 - x^2 + 1$	
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?							
Câu 3 :								
A.	$y = -2x^4 + 4x^2 - 1$	B.	$y = x^4 - 2x^2 - 1$	C.	$y = -x^4 + 2x^2 - 1$	D.	$y = -x^4 + 2x^2 + 1$	
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?							
Câu 4 :								
A.	$y = x^4 + 2x^2 + 3$	B.	$y = -x^4 - 2x^2 + 3$	C.	$y = -x^4 + 2x^2 + 3$	D.	$y = -x^4 - 2x^2 - 3$	

	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 5 :							
A.	$y = x^4 - 2x^2 - 2$	B.	$y = -x^4 + 2x^2$	C.	$y = x^4 - 2x^2$	D.	$y = x^4 - 2x^2 - 1$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 6 :							
A.	$y = x^4 + x^2 + 6$	B.	$y = -x^4 - x^2$	C.	$y = x^4 - 5x^2 + 6$	D.	$y = -x^4 - x^2 + 6$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 7 :							
A.	$y = x^4 - 2x^2 + 2$	B.	$y = x^4 - 2x^2 + 3$	C.	$y = x^4 - 4x^2 + 2$	D.	$y = -x^4 + 2x^2 + 2$

<p>Câu 8 :</p>	<p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 
<p>A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 3$</p>	<p>B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 3$</p>
<p>C. $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 1$</p>	<p>D. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$</p>

Bài toán 3: Khảo sát hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

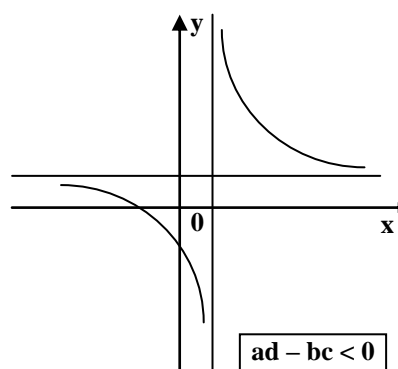
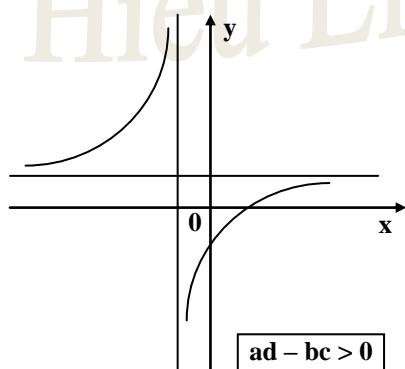
Khảo sát hàm phân thức: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$):

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

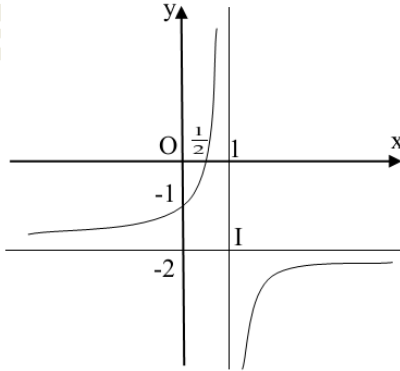
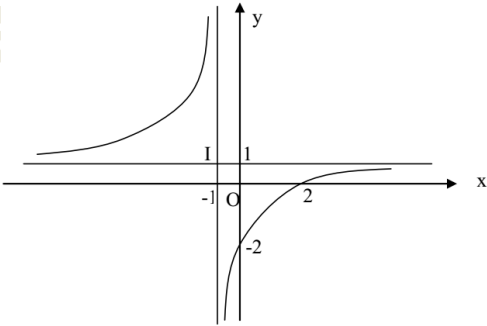
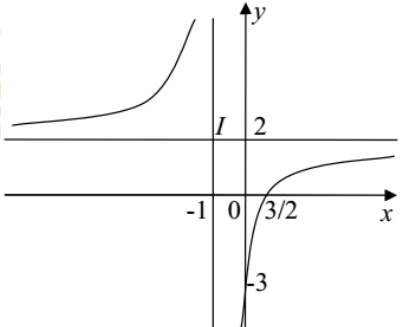
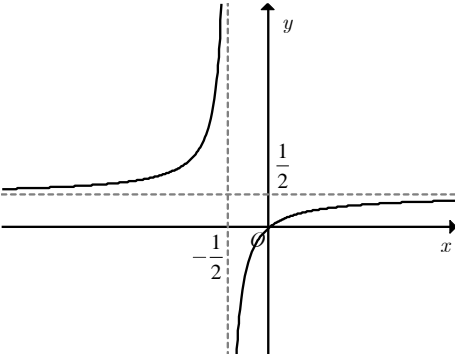
• Đồ thị có tiệm cận đứng là: $x = -\frac{d}{c}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$. Giao điểm của hai tiệm cận là tâm đối

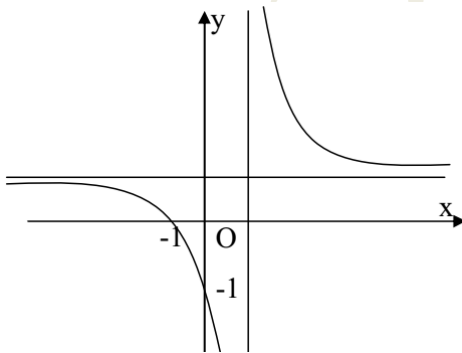
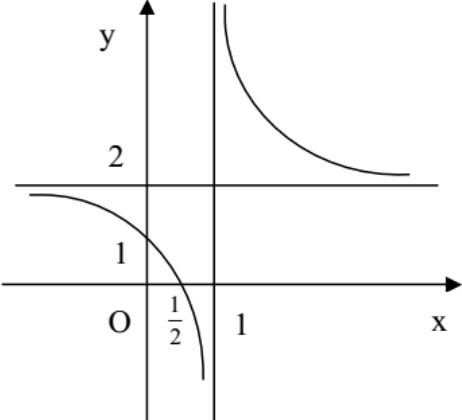
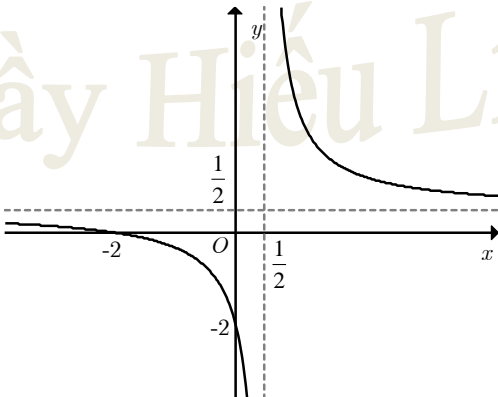
xứng của đồ thị hàm số.

• Các dạng đồ thị:



BÀI TẬP

Câu 1 :	<p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 						
A.	$y = \frac{4x-1}{2-2x}$	B.	$y = \frac{2x-1}{1-x}$	C.	$y = \frac{2x-1}{x-1}$	D.	$y = \frac{x-1}{1-2x}$
Câu 2 :	<p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 						
A.	$y = \frac{x+2}{x-1}$	B.	$y = \frac{x-2}{x-1}$	C.	$y = \frac{2-x}{x+1}$	D.	$y = \frac{x-2}{1+x}$
Câu 3 :	<p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 						
A.	$y = \frac{2x+3}{x-1}$	B.	$y = \frac{2x-3}{1-x}$	C.	$y = \frac{2x-3}{x+1}$	D.	$y = \frac{2x-3}{x+2}$
Câu 4 :	<p>Đồ thị sau đây là của hàm số nào?</p> 						
A.	$y = \frac{x}{2x+1}$	B.	$y = \frac{x+1}{2x+1}$	C.	$y = \frac{x+3}{2x+1}$	D.	$y = \frac{x-1}{2x+1}$

	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 5 :							
A.	$y = \frac{-x-1}{x-1}$	B.	$y = \frac{2x+1}{2x-1}$	C.	$y = \frac{x+1}{x-1}$	D.	$y = \frac{x+2}{2-x}$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 6 :							
A.	$y = \frac{2x-1}{2x-2}$	B.	$y = \frac{2x-1}{x-1}$	C.	$y = \frac{x-2}{x-1}$	D.	$y = \frac{2x+1}{x+1}$
	Đồ thị sau đây là của hàm số nào?						
Câu 7 :							
A.	$y = \frac{x+2}{2x-1}$	B.	$y = \frac{2x+1}{4x-2}$	C.	$y = \frac{x+3}{2x-1}$	D.	$y = \frac{x}{2x-1}$

ĐÁP ÁN:

Bài toán 1: Khảo sát sự biến thiên hàm bậc 3

01	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	05	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	08	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)
02	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input checked="" type="radio"/> (D)	06	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	09	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)
03	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	07	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	10	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input checked="" type="radio"/> (D)
04	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)				

ĐÁP ÁN:

Bài toán 2: Khảo sát sự biến hàm trùng phương

01	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	04	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	07	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)
02	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	05	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	08	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input checked="" type="radio"/> (D)
03	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	06	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input checked="" type="radio"/> (D)		

ĐÁP ÁN

Bài toán 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm phân thức

01	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	04	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	06	<input type="radio"/> (A) <input checked="" type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)
02	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input checked="" type="radio"/> (D)	05	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)	07	<input checked="" type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)
03	<input type="radio"/> (A) <input type="radio"/> (B) <input checked="" type="radio"/> (C) <input type="radio"/> (D)				