

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 + mx^2 + (3m-2)x$ (1)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) đồng biến trên tập xác định của nó.

- A. $m \geq 2$ B. $m > 2$ C. $m < 1$ D. $m < 2$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ (1)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m \leq -3$ B. $m > -3$ C. $m \leq -2$ D. $m \leq -1$

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có đồ thị (C_m) .

Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m \leq 1$ D. $m > 0$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$.

Tìm m để hàm đồng biến trên khoảng $K = (0; +\infty)$.

- A. $\frac{5}{4} < m$ B. $\frac{5}{4} \geq m$ C. $m > 1$ D. $1 > m$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 1$ (1) ($m \neq \pm 1$).

Tìm m để hàm nghịch biến trên khoảng $K = (-\infty; 2)$.

- A. $\frac{-1}{3} \leq m < 1$ B. $\frac{-1}{3} \leq m < 2$ C. $\frac{-1}{3} \leq m < 3$ D. $\frac{-1}{3} \leq m < 4$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 1$ (1) ($m \neq \pm 1$).

Tìm m để hàm nghịch biến trên khoảng $K = (2; +\infty)$

- A. $0 < m < 1$ B. $-1 < m < 2$ C. $-1 < m < 3$ D. $-1 < m < 1$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ (1), (m là tham số).

Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 1.

- A. $m = \frac{3}{4}$ B. $m = \frac{5}{4}$ C. $m = \frac{9}{4}$ D. $m = \frac{7}{4}$

Câu 8. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3mx^2 - 1$ (1).

Tìm các giá trị của m để hàm số (1) đồng biến trong khoảng $(x_1; x_2)$ với $x_2 - x_1 = 1$.

- A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm 1$ C. $m = 0$ D. $m = \pm 3$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ (1), (m là tham số).

Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $m \in (-\infty; 0]$ B. $m \in (-\infty; 3]$ C. $m \in (-\infty; 2]$ D. $m \in (-\infty; 1]$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ (1)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A. $-3 < m \leq -1$ B. $0 < m \leq -1$ C. $-2 < m \leq -1$ D. $-2 < m \leq 2$

ĐÁP ÁN CHI TIẾT CHO 10 BÀI TRẮC NGHIỆM ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 + mx^2 + (3m-2)x$ (1) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) đồng biến trên tập xác định của nó.

• Tập xác định: $D = R$. $y' = (m-1)x^2 + 2mx + 3m-2$.

(1) đồng biến trên $R \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow m \geq 2$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ (1)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

• Tập xác định: $D = R$. $y' = 3x^2 + 6x - m$. y' có $\Delta' = 3(m+3)$.

+ Nếu $m \leq -3$ thì $\Delta' \leq 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $R \Rightarrow m \leq -3$ thỏa YCBT.

+ Nếu $m > -3$ thì $\Delta' > 0 \Rightarrow PT y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Khi đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; x_1), (x_2; +\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow 0 \leq x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P \geq 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ -m \geq 0 \\ -2 > 0 \end{cases} (VN)$

Vậy: $m \leq -3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có đồ thị (C_m) .

Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

• Tập xác định: $D = R$. $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$ có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; m), (m+1; +\infty)$

Do đó: hàm số đồng biến trên $(2; +\infty) \Leftrightarrow m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m+2$.

Tìm m để hàm đồng biến trên khoảng $K = (0; +\infty)$.

• Hàm đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 3x^2 + 2(1-2m)x + (2-m) \geq 0$ với $\forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x+1} \geq m \text{ với } \forall x \in (0; +\infty)$$

Ta có: $f'(x) = \frac{6(2x^2 + x - 1)}{(4x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = \frac{1}{2}$

Lập BBT của hàm $f(x)$ trên $(0; +\infty)$, từ đó ta đi đến kết luận: $f\left(\frac{1}{2}\right) \geq m \Leftrightarrow \frac{5}{4} \geq m$.

Câu hỏi tương tự:

a) $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + 3(2m-1)x + 1$ ($m \neq -1$), $K = (-\infty; -1)$. $ĐS: m \geq \frac{4}{11}$

b) $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + 3(2m-1)x + 1$ ($m \neq -1$), $K = (1; +\infty)$. $ĐS: m \geq 0$

c) $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + 3(2m-1)x + 1$ ($m \neq -1$), $K = (-1; 1)$. $ĐS: m \geq \frac{1}{2}$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 1$ (1) ($m \neq \pm 1$).

Tìm m để hàm nghịch biến trên khoảng $K = (-\infty; 2)$.

• Tập xác định: $D = R$; $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x - 2$.

Đặt $t = x - 2$ ta được: $y' = g(t) = (m^2 - 1)t^2 + (4m^2 + 2m - 6)t + 4m^2 + 4m - 10$

Hàm số (1) nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 2) \Leftrightarrow g(t) \leq 0, \forall t < 0$

$$\begin{aligned} \underline{TH1}: \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases} & \underline{TH2}: \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 3m^2 - 2m - 1 > 0 \\ 4m^2 + 4m - 10 \leq 0 \\ \frac{-2m-3}{m+1} > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy: Với $\frac{-1}{3} \leq m < 1$ thì hàm số (1) nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - 2x + 1$ (1) ($m \neq \pm 1$).

Tìm m để hàm nghịch biến trên khoảng $K = (2; +\infty)$.

• Tập xác định: $D = R$; $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x - 2$.

Đặt $t = x - 2$ ta được: $y' = g(t) = (m^2 - 1)t^2 + (4m^2 + 2m - 6)t + 4m^2 + 4m - 10$

Hàm số (1) nghịch biến trong khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow g(t) \leq 0, \forall t > 0$

$$\begin{aligned} \underline{TH1}: \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases} & \underline{TH2}: \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 3m^2 - 2m - 1 > 0 \\ 4m^2 + 4m - 10 \leq 0 \\ \frac{-2m-3}{m+1} < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy: Với $-1 < m < 1$ thì hàm số (1) nghịch biến trong khoảng $(2; +\infty)$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ (1), (m là tham số).

Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 1.

• Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$ có $\Delta' = 9 - 3m$.

+ Nếu $m \geq 3$ thì $y' \geq 0, \forall x \in R \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $R \Rightarrow m \geq 3$ không thỏa mãn.

+ Nếu $m < 3$ thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Hàm số nghịch biến trên đoạn

$[x_1; x_2]$ với độ dài $l = |x_1 - x_2|$. Ta có: $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 x_2 = \frac{m}{3}$.

$$YCBT \Leftrightarrow l=1 \Leftrightarrow |x_1 - x_2|=1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}.$$

Câu 8. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3mx^2 - 1$ (1).

Tìm các giá trị của m để hàm số (1) đồng biến trong khoảng $(x_1; x_2)$ với $x_2 - x_1 = 1$.

• $y' = -6x^2 + 6mx$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = m$.

+ Nếu $m = 0 \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ không thỏa YCBT.

+ Nếu $m \neq 0$, $y' \geq 0, \forall x \in (0; m)$ khi $m > 0$ hoặc $y' \geq 0, \forall x \in (m; 0)$ khi $m < 0$.

Vậy hàm số đồng biến trong khoảng $(x_1; x_2)$ với $x_2 - x_1 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1; x_2) = (0; m) \\ (x_1; x_2) = (m; 0) \end{cases} \text{ và } x_2 - x_1 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 0 = 1 \\ 0 - m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ (1), (m là tham số).

Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

• Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

+ $m \leq 0$, $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow m \leq 0$ thỏa mãn.

+ $m > 0$, $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt: $-\sqrt{m}$, 0 , \sqrt{m} .

Hàm số (1) đồng biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow \sqrt{m} \leq 1 \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$. Vậy $m \in (-\infty; 1]$.

Câu hỏi tương tự:

a) Với $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$; y đồng biến trên khoảng $(1; 3)$. ĐS: $m \leq 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ (1)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ (1)

Để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì ta phải có $-m \geq 1 \Leftrightarrow m \leq -1$ (2)

Kết hợp (1) và (2) ta được: $-2 < m \leq -1$.