Chương I. HÀM SỐ & CÁC ỨNG DỤNG KHẢO SÁT

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng toán 1. Tìm cực trị của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Vì y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi y' đi qua điểm $x = 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi y' đi qua điểm $x = 1$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Vậy ta chọn đáp án D

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_o. Tìm mệnh đề đúng ?

A. Hàm số đạt cực trị tại x_o thì $f(x_o) = 0$.

B. Nếu $f'(x_o) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_o.

C. Hàm số đạt cực trị tại x_o thì $f(x)$ đổi dấu khi qua x_o.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_o thì $f'(x_o) = 0$.

Lời giải

Phương án A sai vì hàm số đạt cực trị tại x_o thì $f'(x_o) = 0$.

Phương án B sai vì khi $f'(x_o) = 0$ thì đó chỉ là điều kiện để hàm số đạt cực trị tại x_o.

Phương án C sai vì hàm số đạt cực trị tại x_o thì $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_o.

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 3. Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai. Chọn phát biểu đúng ?

A. Nếu $f'(x_o)=0$ và $f''(x_o)<0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_o.

B. Nếu $f'(x_o)=0$ và $f''(x_o)<0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_o.

C. Nếu $f'(x_o)=0$ và $f''(x_o)>0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_o.

D. Nếu $f''(x_o)=0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_o.

Lời giải

Tất cả ba phương án B, C, D điều không thỏa qui tắc 2; chỉ có phương án A thỏa qui tắc 2.

Vậy ta chọn A.

Câu 4. Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu cực trị ?

A. 1 hoặc 2 hoặc 3. B. 0 hoặc 2.

C. 0 hoặc 1 hoặc 2. D. 2.

Lời giải

Khi đạo hàm của hàm bậc ba ta được một tam thức bậc 2.

Mà tam thức bậc hai có thể vô nghiệm hoặc có nghiệm kép (tức là y' không đổi dấu); hoặc có hai nghiệm phân biệt (tức là y' đổi dấu khi qua các nghiệm) nên hàm bậc ba chỉ có thể hoặc không có cực trị hoặc có hai cực trị.

Vậy ta chọn phưng án B

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ có:

A. Một cực đại và hai cực tiểu. B. Một cực tiểu và hai cực đại.

C. Một cực tiểu và không cực đại. D. Không có cực đại và cực tiểu.

Lời giải

Vì đây là hàm trùng phương có $a.b<0$ và $a>0$ nên nó có một cực đại và hai cực tiểu.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 6. Hàm số nào sau đây không có cực trị:

A. $y=x^3-3x$. B. $y=\dfrac{x-2}{2x+1}\cdot$ C. $y=x+\dfrac{1}{x}\cdot$ D. $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Phương án D: loại vì đây hàm trùng phương nên nó luôn có cực trị.

Phương án A: $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua các nghiệm $x=\pm1$. Tức là hàm số đạt cực trị tại $x=\pm1$. Do đó phương án này loại.

Phương án C: $y'=1-\dfrac{1}{x^2}$; $y'=0,\forall x\neq0\Leftrightarrow x=\pm1$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua các nghiệm $x=\pm1$. Tức là hàm số đạt cực trị tại $x=\pm1$. Do đó phương án này loại.

Câu 7. Hàm số nào sau đây không có cực đại và cực tiểu ?

A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 2x$. C. $y = x^3$. D. $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$.

Lời giải

Phương án A: vì đây là hàm trùng phương nên nó luôn có cực trị; không thỏa yêu cầu

Phương án B: loại vì $y = x^3 - 2x$ là hàm bậc ba có $a.c < 0$ và $b = 0$ nên nó luôn có hai cực trị.

Phương án D: vì $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$ có $y' = 1 + \dfrac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Khi đó ta có BBT:

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	CT	↗	$+\infty$

Phương án C: $y = x^3$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tức là hàm số này luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không đạt cực trị.

Vậy ta chọn phương án C

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số không có cực trị. D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	CĐ	↘	CT	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta chọn phương án C

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề sai ?

A. Hàm số $y=\dfrac{1}{x+2}$ không có cực trị.

B. Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có cực đại và cực tiểu.

C. Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+1}$ có hai cực trị.

D. Hàm số $y=x^3+x+2$ có cực trị.

Lời giải

Phương án A: Hàm số $y=\dfrac{1}{x+2}$ có $y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}<0,\forall x\neq -2$

Nên hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó và không có cực trị.

Đây là mệnh đề đúng.

Phương án B: Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có $y'=-3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\\ x=0\end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số có CĐ và CT nên đây là mệnh đề đúng.

Phương án C: Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+1}$ có $y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$; $y'=0,\forall x\neq -1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-2\end{array}\right.$

BBT

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số có CĐ và CT nên đây là mệnh đề đúng.

Phương án D: Hàm số $y=x^3+x+2$ có $y'=3x^2+1>,\forall x$.

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không đạt cực trị

Vậy đây là mệnh đề sai.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 12$ có mấy điểm cực trị:

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Vì đây là hàm trùng phương có $ab < 0$ nên đồ thị của nó có ba điểm cực trị.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 11. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\dfrac{x^3}{3} - x + 7$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số đã cho là hàm bậc ba có $ac > 0$ và $b = 0$ nên hàm số không đạt cực trị

Vậy ta chọn phương án A

Câu 12. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương có có $ab > 0$ nên hàm số có một cực trị.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 13. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 12$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 24x^2 = 4x^2(x-6)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên

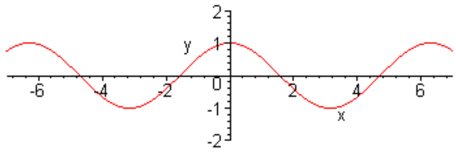
x	$-\infty$		0		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	12	$\searrow$	-420	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có mấy điểm cực trị ?

A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Ta có đồ thị hàm $y = \sin x$ trên $\mathbb{R}$ là:



Do đó hàm $y = \sin x$ có vô số điểm cực trị.

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 15. Hàm số $y = 2x^6 + 4x + 7$ có số điểm cực trị là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 12x^5 + 4$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt[5]{3}}$$

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt[5]{3}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{1}{\sqrt[5]{3}}$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 16. Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3 + 2x^2 + x$. Số cực trị của hàm số là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Đạo hàm: $f'(x)=x^3+2x^2+x$.

$$f'(x)=x^3+2x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 17. Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$. Hỏi hàm số này có bao nhiêu cực trị ?

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Đạo hàm: $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1 \vee x=2 \vee x=3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$		$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt có ba cực trị.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 18. Số các điểm cực trị của hàm số $y=(2-x)^5(x+1)^3$ là:

A. 1. B. 3. C. 5. D. 7.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = (x+1)^2(2-x)^4(1-8x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2 \vee x = \frac{1}{8}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{8}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt có một cực trị.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{9-x^2}$ có mấy điểm cực trị ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = [-3;3]$

Đạo hàm: $y' = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}, \forall x \in (-3;3)$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	-3		0		3
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt có một cực trị.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 20. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ có điểm cực tiểu tại:

A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 21. Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại (y_{CD}) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x$ là:

A. $y_{CT} = 2y_{CD}$. B. $2y_{CT} = 3y_{CD}$. C. $y_{CT} = y_{CD}$. D. $y_{CT} + y_{CD} = 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 2$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{6}}{3}$		$\frac{\sqrt{6}}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{4\sqrt{6}}{3}$	$\searrow$	$-\frac{4\sqrt{6}}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CT} + y_{CD} = 0$.

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 22. Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CĐ} = 4.$ B. $y_{CĐ} = 1.$ C. $y_{CĐ} = 0.$ D. $y_{CĐ} = -1.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3.$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CĐ} = 4.$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 23. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ là:

A. $2.$ B. $1.$ C. $6.$ D. $-1.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3.$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CĐ} = 6.$

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 24. Hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$ có giá trị cực đại là:

A. $-2.$ B. $2.$ C. $1.$ D. $-1.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Đạo hàm: $y' = 1 - \dfrac{1}{x^2}; \forall x \neq 0$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty \Vert +\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CĐ} = -2$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 25. Hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực tiểu là:

A. -2. B. 2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CT} = -2$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 26. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ bằng:

A. $-3 + 4\sqrt{2}$. B. $3 - 4\sqrt{2}$. C. $3 + 4\sqrt{2}$. D. $-3 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-3+4\sqrt{2}$	$\searrow$	$-3-4\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy $y_{CĐ} = -3+4\sqrt{2}$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 27. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sqrt{2x^2+1}$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D. Không có $y_{CĐ}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Khi đó ta có BBT:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 28. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + 2\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. B. $\frac{5\pi}{6}+\sqrt{3}$. C. $\frac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0;\pi)$

Đạo hàm: $y' = 1 - 2\sin x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} \\ x = \dfrac{5\pi}{6} \end{array}\right.; \forall x \in (0;\pi)$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -2\cos x$.

Vì $y''\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = -2\cos\dfrac{\pi}{6} = -\sqrt{3} < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = \dfrac{\pi}{6}$; $y_{CĐ} = \dfrac{\pi}{6} + \sqrt{3}$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 29. Hàm số $y = \cos x$ đạt cực đại tại điểm:

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \pi + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = k\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = -\sin x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.;(k \in \mathbb{Z})$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -\cos x$.

Vì $y''(k2\pi) = -\cos(k2\pi) = -1 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 30. Hàm số $y = 2\sin 2x - 3$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2};\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi;\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi;\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 4\cos 2x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.;(k \in \mathbb{Z})$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -8\sin 2x$.

Vì $y''\left(-\dfrac{\pi}{4} + k\pi\right) = -8\sin(-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi) = 8 > 0$. nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 31. Hàm số $y = 3 - 2\cos x - \cos 2x$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 2\sin x + 2\sin 2x = 2\sin x(1 + 2\cos x)$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.\ ;\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = 2\cos x + 4\cos 2x$.

Vì $y''\left(\mathrm{k}2\pi\right) = 2\cos(\mathrm{k}2\pi) + 4\cos(\mathrm{k}4\pi) = 6 > 0$. nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 32. Cực trị của hàm số $y = \sin x - \cos x$ là:

A. $x_{CT} = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z});\ y_{CT} = -\sqrt{2}$ và $x_{CD} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z});\ y_{CD} = \sqrt{2}$.

B. $x_{CD} = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z});\ y_{CD} = -\sqrt{2}$ và $x_{CT} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z});\ y_{CT} = \sqrt{2}$.

C. $x_{CT} = \frac{3\pi}{4} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z});\ y_{CT} = \sqrt{2}$. D. $x_{CD} = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z}); y_{CD} = -\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.\ ;\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Tại $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$, ta có: $y''\left(\frac{3\pi}{4} + k2\pi\right) = -\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi\right) = -\sqrt{2} < 0$.

Vậy: hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}); y_{CĐ} = \sqrt{2}$.

Tại $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$, ta có: $y''\left(-\frac{\pi}{4} + k2\pi\right) = -\sqrt{2}\sin\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi\right) = \sqrt{2} > 0$.

nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}); y_{CT} = -\sqrt{2}$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 33. Hàm số $y = x + 2\sin x + 2$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ (\forall k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ (\forall k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ (\forall k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ (\forall k \in \mathbb{Z})$.

ĐA : $x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,\ (\forall k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 1 + 2\cos x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{2\pi}{3};(k \in \mathbb{Z})$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -2\sin x$.

Tại $x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$, ta có: $y''\left(-\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = -2\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = \sqrt{3} > 0$.

Vậy: hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,(k \in \mathbb{Z})$.

Tại $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$, ta có: $y''\left(\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = -2\sin\left(\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = -\sqrt{3} < 0$.

nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi,(k \in \mathbb{Z})$.

Vậy không có phương án nào phù hợp.

Câu 34. Cho hàm số $y = \cos 2x + 1,\ x \in (-\pi;0)$ thì khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -\dfrac{7\pi}{12}$.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -\dfrac{11\pi}{12}$.

C. Tại $x = -\dfrac{\pi}{2}$ hàm số không đạt cực đại.

D. Tại $x = -\dfrac{\pi}{12}$ hàm số không đạt cực tiểu.

ĐA : Hàm Số đạt cực tiểu $x = -\dfrac{\pi}{2}$

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\pi;0)$.

Đạo hàm: $y' = -2\sin 2x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2}; \forall x \in (-\pi; 0)$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -4\cos 2x$.

Tại $x = -\frac{\pi}{2}$, ta có: $y''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -4\cos(-\pi) = 4 > 0$.

Vậy: hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{2}$.

Vậy không có phương án nào phù hợp.

Câu 35. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}$ đạt cực trị tại điểm có hoành độ là:

A. $x = 1$. B. $x = 0,\ x = 1$.

C. $x = 0,\ x = 1,\ x = 2$. D. Hàm số không có điểm cực trị.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{4(x-1)}{3\sqrt[3]{x^2 - 2x}}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy y' đổi dấu khi nó đi qua các điểm $x = 0,\ x = 1,\ x = 2$.

Tức là hàm số đạt cực trị tại $x = 0,\ x = 1,\ x = 2$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 36. Hàm số $y = 3x^3 - 4x^2 - x - 14$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tích số x_1x_2 là:

A. $-\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{7}$. C. 1. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 9x^2 - 8x - 1$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{1}{9}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{9}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và tích số $x_1x_2=-\frac{1}{9}\cdot$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 37. Cho hàm số $y=\frac{x^4}{4}+x^3-4x+1$. Gọi $x_1,\ x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $y'=0$. Khi đó tổng x_1+x_2 bằng:

A. -1. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=x^3+3x^2-4=(x-1)(x+2)^2$. và $y'=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-2$.

Khi đó tổng $x_1+x_2=-1$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 38. Cho hàm số $y=3x^3-4x^2-x-14$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tổng x_1+x_2 có giá trị là:

A. $-\frac{1}{9}\cdot$ B. $\frac{1}{7}\cdot$ C. $\frac{8}{9}\cdot$ D. -1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=9x^2-8x-1$. và $y'=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-\frac{1}{9}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{9}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và tổng số $x_1 + x_2 = \dfrac{8}{9}\cdot$

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 39. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 6x - 2$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ có giá trị là:

A. $\dfrac{10}{3}\cdot$ B. $-\dfrac{10}{3}\cdot$ C. 1. D. Đáp án khác.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 10x + 6$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\dfrac{5-\sqrt{7}}{3}$		$\dfrac{5+\sqrt{7}}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và tổng $x_1 + x_2 = \dfrac{10}{3}\cdot$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 40. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + \dfrac{1}{2}x$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tổng $S = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là:

A. $\dfrac{11}{3}\cdot$ B. $\dfrac{13}{3}\cdot$ C. $\dfrac{1}{2}\cdot$ D. $\dfrac{3}{2}\cdot$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -3x^2 + 6x + \dfrac{1}{2}$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \dfrac{\sqrt{42}}{6}$.

Theo định lý Vi_et: $x_1 + x_2 = 2; x_1.x_2 = -\dfrac{1}{6}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$1-\dfrac{\sqrt{42}}{6}$		$1+\dfrac{\sqrt{42}}{6}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và $S=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\dfrac{13}{3}$. Vậy ta chọn phương án B.

Câu 41. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+\dfrac{1}{2}x$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tổng $S=x_1^2+x_2^2$ có giá trị là:

A. -12. B. 12. C. 18. D. 20.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=-3x^2+6x+\dfrac{1}{2}$. và $y'=0\Leftrightarrow x=1\pm\dfrac{\sqrt{42}}{6}$.

Theo định lý Vi_et: $x_1+x_2=2; x_1.x_2=-\dfrac{1}{6}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$1-\dfrac{\sqrt{42}}{6}$		$1+\dfrac{\sqrt{42}}{6}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và $S=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\dfrac{13}{3}$

Vậy: không có phương án nào thỏa mãn.

Câu 42. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-21x+1$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm $x_1,\ x_2$. Khi đó tổng $S=x_1^2+x_2^2$ có giá trị là:

A. 18. B. 24. C. 36. D. 48.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x - 21$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm 2\sqrt{2}$.

Theo định lý Vi_et: $x_1 + x_2 = -2; x_1.x_2 = -7$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$1-2\sqrt{2}$		$1+2\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và $S = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 18$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số là:

A. -6. B. -3. C. 0. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2$ và tích giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số là -3.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 44. Gọi $y_1,\ y_2$ lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 10x^2 - 9$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = \left|y_1 - y_2\right|$ bằng:

A. 7. B. 9. C. 25. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -4x^3 + 20x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{5} \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		0		$\sqrt{5}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	16	$\searrow$	-9	$\nearrow$	16	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 và giá trị của biểu thức $T = \left|y_1 - y_2\right| = 25$

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 45. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số là:

A. -9. B. 1. C. -1. D. -5.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -6x^2 + 6x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy Tổng các giá trị cực trị của hàm số là -9.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 46. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 5$ có các điểm cực trị lần lượt là $x_1,\ x_2,\ x_3$ thì tích $x_1.x_2.x_3$ là:

A. $-2.$ B. $-1.$ C. $0.$ D. $1.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}.$

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x.$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1,\ x_2, x_3$ và tích $x_1.x_2.x_3 = 0.$

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 47. Hàm số $y = x + 1 + \dfrac{3}{x}$ có tổng các điểm cực đại và cực tiểu bằng:

A. A. $-2.$ B. $-1.$ C. $0.$ D. $2.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

Đạo hàm: $y' = 1 - \dfrac{3}{x^2}.$ và $y' = 0, \forall x \neq 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty \ \|\| \ +\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số có tổng các điểm cực đại và cực tiểu bằng 0

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 48. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có tích các điểm cực đại và cực tiểu bằng:

A. -2. B. -5. C. -1. D. -4.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 5}{(x+1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{6}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{6}$		-1		$-1+\sqrt{6}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số có tích các điểm cực đại và cực tiểu bằng -5

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 49. Cho đồ thị hàm số $y = 2 - x - \dfrac{2}{x+1}\cdot$ Khi đó $y_{CĐ} + y_{CT} = ?$

A. $3 - 2\sqrt{2}$. B. $3 + 2\sqrt{2}$. C. -2. D. 6.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đạo hàm: $y' = -1 + \dfrac{2}{(x+1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		-1		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$3+2\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$3-2\sqrt{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{CĐ} + y_{CT} = 6$

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 50. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có tích các giá trị cực đại và cực tiểu bằng:

A. -3. B. -1. C. 1. D. 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số có tích các giá trị cực đại và cực tiểu bằng -3

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 51. Khẳng định nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 2x - 5}{x-1}$:

A. $y_{CĐ} + y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = -4$. C. $x_{CĐ} = -1$. D. $x_{CĐ} + x_{CT} = 3$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-x^2 + 2x + 3}{(x-1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{CĐ} + y_{CT} = 0$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 52. Khoảng cách giữa hai cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ là:

A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{5}$. D. $8\sqrt{5}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $(-2;1)$; $(0;-3)$ và Khoảng cách giữa hai cực trị $2\sqrt{5}$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 53. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x+1}\cdot$ Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là:

A. $4\sqrt{5}$. B. 4. C. 8. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-1\right\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-8	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0	↗	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $(-3;-8)$; $(1;0)$ và Khoảng cách giữa hai cực trị $4\sqrt{5}$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 54. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - mx + m}{x-1}$ bằng:

A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $4\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-m$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$4-m$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm $(0;-m)$; $(2;4-m)$ và Khoảng cách giữa hai cực trị $2\sqrt{5}$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 55. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2px^2 + q$ có một điểm cực trị là $M(1;2)$, thế thì khoảng cách giữa điểm cực tiểu và điểm cực đại là:

A. $\sqrt{26}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4px$ và $y'' = 12x^2 - 4p$

Vì đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $M(1;2)$ nên $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) \neq 0 \\ y(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = 3 \end{cases}$

Khi đó hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có ba điểm cực trị là $(-1;2), (0;3), (1;2)$ và khoảng cách giữa điểm cực tiểu và điểm cực đại là $\sqrt{2}$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 56. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{1 - x}$ có 2 điểm cực trị nằm trên đường thẳng $y = ax + b$ thì giá trị của tổng $a + b$ bằng bao nhiêu ?

A. -4. B. 4. C. 2. D. -2.

Lời giải

Ta có: đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = -2x - 2$

Khi đó: tổng $a + b = -4$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 57. Đồ thị hàm số $y = x + 1 + \dfrac{1}{x-1}$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng $y = ax + b$ thì tích $a.b$ bằng:

A. 0. B. 2. C. 4. D. -2.

Lời giải

Ta có: đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x$

Khi đó: tích $ab = 0$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 58. Hàm số $y = -\dfrac{x^4}{4} + 2x^2 + 1$ đạt cực đại tại:

A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = \pm 2$.

Lời giải

$y' = -x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 2$

Vì $\begin{cases} a < 0 \\ ab < 0 \end{cases}$ nên hàm số có hai điểm cực đại tại $x = \pm 2$ và một cực tiểu tại $x = 0$

Vậy ta chọn phương án D.

Câu 59. Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

Lời giải

$y' = x^2 - 4x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 60. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ đạt cực đại tại:

A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$. và $y' = 0, \forall x \neq 2 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		CĐ		$-\infty$ ‖ $+\infty$		CT		$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 61. Hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ đạt cực đại tại x bằng:

A. 0. B. $\pm\sqrt{2}$. C. $-\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 2x^3 - 4x$. và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2} \\ x = 0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		CT		CĐ		CT		$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 62. Hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ đạt cực tiểu tại x bằng:

A. -1. B. 1. C. -3. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 + 3$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 63. Hàm số $y = x^3(1-x)^2$ đạt cực đại tại:

A. $x = 1.$ B. $x = -1.$ C. $x = \frac{3}{5}.$ D. Đáp án khác.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2(5x^2 - 8x + 3) \text{ và } y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = \frac{3}{5} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{5}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$			CĐ	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{3}{5}$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 64. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ là:

A. $M(0;-2)$. B. $N(2;2)$. C. $P(1;-3)$. D. $Q(-1;-7)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 6x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;-2)$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 65. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ là:

A. $M(0;0)$. B. $N(1;1)$. C. $P(-1;1)$. D. $Q(-1;0)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -4x^3 + 4x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1; x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;0)$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 66. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ là:

A. $M(1;3)$. B. $N(1;0)$. C. $P(1;2)$. D. $Q(3;1)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 4x + 3$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 3.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;2)$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 67. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ là:

A. $M(1;1)$. B. $N(-2;1)$. C. $P(0;-3)$. D. $Q(1;-6)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 0.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;-3)$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 68. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 6x^2 - 8x + 1$ là:

A. $M(-2;24)$. B. $N(-2;25)$. C. $P(7;3)$. D. $Q(1;-6)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -4x^3 + 12x - 8 = (4-4x)(x+2)^2$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -2.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	25	$\searrow$		$\searrow$	$-\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2;25)$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 69. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ là:

A. $(\pm\sqrt{3};0)$. B. $(\pm\sqrt{3};-4)$. C. $(\pm\sqrt{3};4)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 12x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}; x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(\pm\sqrt{3};-4)$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 70. Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{3}{2}$?

A. $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. B. $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$.

C. $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$. D. $y = \dfrac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$.

Lời giải

Dễ thấy phương án A loại vì hàm nhất biến luôn đơn điệu trên tập xác định của nó.

Để ý tập xác định của hàm số trong phương án C là $D=\left(-\infty;\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{3+\sqrt{17}}{2};+\infty\right)$

Vì $x=\dfrac{3}{2}\notin D$ nên loại luôn phương án C.

Đối với phương án B:

Tập xác định: $D=[1;2]$

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-2x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}},\forall x\in(1;2)$.

Dễ thấy y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi nó đi qua nghiệm $x=\dfrac{3}{2}$ nên loại luôn phương án B.

Vậy phương án hợp lý nhất là A.

Câu 71. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^3+1$ là: ĐS : $(3;-26)$.

A. $M(2;-15)$. B. $N(1;2)$. C. $P(-2;11)$. D. $Q(4;-6)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-12x^2=4x^2(x-3)$ và $y'=0\Leftrightarrow x=3;x=0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$						$+\infty$
					-26		

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;-26)$.

Vậy không có phương án nào thỏa mãn.

Câu 72. Cho hàm số $y=\sqrt{3-2x-x^2}$. Trong các điểm sau, điểm nào có tọa độ sau đây là điểm cực trị của hàm số đã cho:

A. $M(-1;2)$. B. $N(-3;0)$. C. $P(1;0)$. D. $Q(-2;\sqrt{3})$.

Lời giải

Tập xác định: $D=[-3;1]$.

$y'=\dfrac{-(x+1)}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ và $y'=0,\forall x\in(-3;1)\Leftrightarrow x=-1$

Bảng biến thiên:

x	-3		-1		1
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;2)$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 73. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$ là:

A. $M(-\sqrt{2};2)$. B. $N(-\sqrt{2};1)$. C. $P(-\sqrt{2};-2)$. D. $Q(\sqrt{2};2)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = [-2;2]$.

$y' = \dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ và $y' = 0, \forall x \in (-2;2) \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên:

x	-2		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-\sqrt{2};-2)$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 74. Xét tính cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+5}{x+1}$; ta có:

A. $M(-3;-4)$ là điểm cực tiểu. B. $N(1;-4)$ là điểm cực đại.

C. $P(-3;-4)$ là điểm cực đại. D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$y' = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}, \forall x \neq -1$. và $y' = 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow x = -3; x = 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-3;-4)$.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 75. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số không có cực trị.
B. Điểm $A(1;-1)$ là điểm cực tiểu.
C. Hàm số đạt cực đại tại gốc tọa độ.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại gốc tọa độ.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1)$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;-1)$.

Vậy phương án A thỏa mãn.

Câu 76. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: y = x + m$ đi qua trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$?

A. $m = 0$.
B. $m = 1$.
C. $m = 2$.
D. $m = 3$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 12x + 9$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3; x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;4)$, $(3;0)$.

Khi đó, trung điểm I của điểm cực đại, cực tiểu có toạ độ $I(2;2)$.

Mà $I(2;2) \in d \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 77. Hàm số nào sau đây chỉ có cực đại mà không có cực tiểu ?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = \dfrac{1-x}{2+x}$.

C. $y = -\dfrac{x^4}{2} - x^2 + 1$. D. $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Dễ thấy phương án B, D không thỏa mãn vì hàm nhất biến luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Để ý phương án A là hàm bậc ba có $y' = -3x^2 + 6x$ có hai nghiệm nên luôn có hai cực trị.

Vậy phương án A là hợp lý nhất.

Câu 78. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{4}{3}x^3 - \dfrac{7}{2}x^2 - 2x - 1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số có cực tiểu, không có cực đại.

C. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu. D. Hàm số có 1 cực tiểu và 2 cực đại.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^3 - 4x^2 - 7x - 2 = (x+1)(x^2 - 5x - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$$

Vì $a > 0$ và $y' = 0$ có ba nghiệm đơn nên phương án C hợp lí nhất.

Câu 79. Hàm số $y = 3x^2 - 2x^3$ đạt cực trị tại:

A. $x_{CD} = 1;\ x_{CT} = 0.$ B. $x_{CD} = -1;\ x_{CT} = 0.$

C. $x_{CD} = 0;\ x_{CT} = -1.$ D. $x_{CD} = 0;\ x_{CT} = 1.$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 6x - 6x^2 = 6x(1-x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 1,$, cực tiểu tại $x_{CT} = 0.$

Vậy ta chọn phương án A.

Câu 80. Gọi $A,\ B$ lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4.$ Khi đó diện tích tam giác $OAB,$ (với O là gốc tọa độ) có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 2. B. 4. C. $2\sqrt{5}.$ D. 8.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;4)$, $B(2;0)$.

Khi đó, tam giác OAB vuông tại O vì hai điểm cực trị nằm trên hai trục tọa độ.

Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = 4.$ phương án A là hợp lí nhất.

Câu 81. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khi đó diện tích tam giác ABC, với $C(1;1)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;2)$, $B(2;-2)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị AB có phương trình $y = -2x + 2$.

Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}AB.d(C, AB) = 1.$ phương án A là hợp lí nhất.

Câu 82. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$. Khi đó diện tích của tam giác ABC, với $C(2;3)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 78. B. $\frac{87}{3}$. C. $\frac{287}{2}$. D. $\frac{285}{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 6x^2 + 6x - 36$. và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$

y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	71	$\searrow$	-54	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-3;71)$, $B(2;-54)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị AB có phương trình $y=-25x-4$.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}AB.d(C,AB)=\dfrac{285}{2}$. phương án D là hợp lí nhất.

Câu 83. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=(x+1)^2(2-x)$. Khi đó diện tích của tam giác ABC, với $C(1;-3)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $\dfrac{3}{5}\cdot$ B. $\dfrac{8}{3}\cdot$ C. 7. D. Đáp án khác.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+3$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1;0)$, $B(1;4)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị AB có phương trình $y=2x+2$.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}AB.d(C,AB)=7$. phương án C là hợp lí nhất.

Câu 84. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Hỏi diện tích tam giác ABC là bao nhiêu ?

A. 4. B. 2. C. 1. D. $3\cdot$

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=8x^3-8x$ và $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1; x=0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;1)$, $B(-1;-1)$, $C(1;-1)$.

Khi đó, tam giác ABC cân tại A và $I(0;-1)$ là trung điểm cạnh đáy BC.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}AI.BC=2$. phương án B là hợp lí nhất.

Câu 85. Cho hàm số $y=2x-1-\sqrt{4x-1}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau ?

A. Giá trị cực đại bằng $-\dfrac{1}{2}\cdot$

B. Điểm cực tiểu có tọa độ là $M\left(\dfrac{1}{2};-1\right)\cdot$

C. Điểm cực tiểu là $N\left(\dfrac{1}{4};-\dfrac{1}{2}\right)\cdot$

D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

$y'=2-\dfrac{2}{\sqrt{4x-1}}$ và $y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy điểm cực tiểu có tọa độ $A\left(\frac{1}{2};-1\right)$

Vậy phương án B là hợp lí nhất.

Câu 86. Cho hàm số $y=-2x^3+3x^2+2$. Câu nào sau đây sai ?

A. Hàm số đạt cực tiểu trên $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

B. Hàm số đạt cực đại trên $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

C. Hàm số có 2 cực trị trên $\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

D. Hàm số có 2 cực trị trên $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-6x^2+6x$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=0;x=1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số có hai cực trị trên $\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Vậy phương án D là hợp lí nhất.

Câu 87. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x-5$:

A. Song song với đường thẳng $x=1$.

B. Song song với trục hoành.

C. Có hệ số góc dương.

D. Có hệ số góc bằng -1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-4x+3$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=3;x=1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{11}{3}$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Khi đó: hệ số góc tiếp tuyến tại điểm cực tiểu bằng 0. Do đó tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số song song với trục hoành.

Vậy phương án B hợp lí nhất.

Câu 88. Tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ a\neq 0$ có gì đặc biệt

A. Song song với trục tung. B. Có hệ số góc dương.

C. Song song với trục hoành. D. Luôn đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

Vì hoành độ điểm cực trị là nghiệm của đạo hàm cấp một nên hệ số tiếp tuyến tại điểm cực trị luôn bằng 0. Tức là phương trình tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số luôn cùng phương với trục hoành.

Vậy phương án C hợp lí nhất.

Câu 89. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2+1$ tại điểm cực tiểu là:

A. $y-1=0$. B. $y=0$. C. $x-y+1=0$. D. $y=-x$.

Lời giải

Vì $a>0$ và $ab>0$ nên hàm đạt cực tiểu tại điểm $(0;1)$.

Dễ thấy $y'(0)=0$.

Khi đó: phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực tiểu là $y-1=0$.

Vậy phương án A hợp lý nhất.

Câu 90. Khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ đến đường phân giác góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là:

A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-3$ và $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số $M(-1;3)$.

Đường phân giác góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy có phương trình $\Delta: x+y=0$.

Khi đó: khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là $d(M,\Delta)=\sqrt{2}$.

Vậy phương án B hợp lí nhất.

Câu 91. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x+m}{x+2}$ nhận điểm $A(0;3)$ làm cực trị thì phương trình của hàm số có dạng là:

A. $y=\dfrac{-x^2+3x-6}{x+2}$.　　B. $y=\dfrac{-x^2+3x+1}{x+2}$.

C. $y=\dfrac{-x^2+3x+6}{x+2}$.　　D. $y=\dfrac{-x^2+3x}{x+2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$y'=\dfrac{-x^2-4x+6-m}{(x+2)^2}, \forall x\neq -2$.

Vì đồ thị hàm số nhận điểm $A(0;3)$ làm cực trị nên $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y(0)=3 \end{cases} \Leftrightarrow m=6$

Vậy phương án C hợp lí nhất.

Dạng toán 2. Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị

Câu 92. Phương trình đường thẳng nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$?

A. $y=2x+6$.　　B. $y=2x-6$.　　C. $y=6-2x$.　　D. $y=3x$.

Lời giải

$y'=3x^2-12x+9; y''=6x-12; y'''=6$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y = ax + b$ thỏa pt:

$$ax + b = y - \frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x = 0$ ta được $b = 6$

$CALC\ x = 1$ ta được $a + b = 4 \Rightarrow a = -2.$

Vậy: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = 6 - 2x.$

Câu 93. Phương trình đường thẳng nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$?

A. $y = x - 2.$ B. $y = 2 - x.$ C. $y = 2 - 2x.$ D. $y = 2x - 2.$

Lời giải

$y' = 3x^2 - 6x; y'' = 6x - 6; y''' = 6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y = ax + b$ thỏa pt:

$$ax + b = y - \frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x = 0$ ta được $b = 2.$

$CALC\ x = 1$ ta được $a + b = 0 \Rightarrow a = -2.$

Vậy: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = 2 - 2x.$

Câu 94. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ có hệ số góc là

A. $-2.$ B. $1.$ C. $2.$ D. $5.$

Lời giải

$y' = 3x^2 - 3; y'' = 6x; y''' = 6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y = ax + b$ thỏa pt:

$$ax + b = y - \frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x = 0$ ta được $b = 5.$

$CALC\ x = 1$ ta được $a + b = 3 \Rightarrow a = -2.$

Vậy: hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $-2.$

Câu 95. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m.$ Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng:

A. $2x+y=0.$ B. $3mx-y=0.$ C. $y=2x-m^2.$ D. $y=x+m.$

Lời giải

$y'=3x^2-6mx+3m^2-3; y''=6x-6m; y'''=6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$$ax+b=y-\frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x=0; m=100$ ta được $b=0.$

$CALC\ x=1$ ta được $a+b=-2 \Rightarrow a=-2.$

Vậy: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $2x+y=0.$

Câu 96. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-5x+1$ có dạng:

A. $d: 3x-9y+2=0.$ B. $d: y=4x-5.$

C. $d: 38x+9y-19=0.$ D. $d: y=17x+11.$

Lời giải

$y'=3x^2+4x-5; y''=6x+4; y'''=6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$$ax+b=y-\frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x=0$ ta được $b=\frac{19}{9}.$

$CALC\ x=1$ ta được $a+b=-\frac{19}{9} \Rightarrow a=-\frac{38}{9}.$

Vậy: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $d: 38x+9y-19=0.$

Câu 97. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+mx+m$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d: y=2x-1$ khi:

A. $m=\frac{1}{2}\cdot$ B. $m=\frac{2}{3}\cdot$ C. $m=6.$ D. $m=\frac{3}{2}\cdot$

Lời giải

$y'=3x^2-6x+m; y''=6x-6; y'''=6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$ax+b=y-\dfrac{y'.y''}{3y'''}$

Khi đó:

$CALC\ x=0;m=100$ ta được $b=\dfrac{4m}{3}$.

$CALC\ x=1;m=100$ ta được $a+b=-\dfrac{19}{9}\Rightarrow a=\dfrac{2m}{3}-2$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y=\left(\dfrac{2m}{3}-2\right)x+\dfrac{4m}{3}$.

Mà đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d:y=2x-1$ nên $\dfrac{2m}{3}-2=2\Leftrightarrow m=6$.

Vậy: phương án C đúng nhất.

Câu 98. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d:4x+y-3=0$ khi:

A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=4$.

Lời giải

$y'=3x^2-6x-m;y''=6x-6;y'''=6$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$ax+b=y-\dfrac{y'.y''}{3y'''}$

Khi đó:

$CALC\ x=0;m=100$ ta được $b=2-\dfrac{m}{3}$.

$CALC\ x=1;m=100$ ta được $a+b=-m\Rightarrow a=-\dfrac{2m}{3}-2$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y=\left(-\dfrac{2m}{3}-2\right)x+2-\dfrac{m}{3}$.

Mà đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d:y=3-4x$ nên $-\dfrac{2m}{3}-2=-4\Leftrightarrow m=3$.

Vậy: phương án C đúng nhất.

Câu 99. Đồ thị hàm số $y=x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d:y=1-4x$ khi:

A. $m=1$. B. $m=3$.

C. $m=1$ hoặc $m=3$. D. $m=-3$ hoặc $m=1$.

Lời giải

$y'=3x^2+6(m-1)x+6m-12; y''=6x+6m-6; y'''=6.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$$ax+b=y-\frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x=0; m=100$ ta được $b=-2m^2+6\text{m}-5$.

$CALC\ x=1; m=100$ ta được $a+b=-4m^2+14m-15 \Rightarrow a=-2m^2+8m-10$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$y=\left(-2m^2+8m-10\right)x-2m^2+6\text{m}-5.$$

Mà đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d: y=1-4x$ nên $-2m^2+8m-10=-4 \Leftrightarrow 2m^2-8m+6=0$

Vậy: phương án C đúng nhất.

Câu 100. Đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A, B. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: y=x+2$ vuông góc với đường thẳng AB ?

A. $m=0$. B. $m=2$.

C. $m=0$ hoặc $m=2$. D. $m=0$ hoặc $m=-2$.

Lời giải

$y'=6x^2-6(m+1)x+6m; y''=12x-6m-6; y'''=12.$

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng $y=ax+b$ thỏa pt:

$$ax+b=y-\frac{y'.y''}{3y'''}$$

Khi đó:

$CALC\ x=0; m=100$ ta được $b=m^2+m$.

$CALC\ x=1; m=100$ ta được $a+b=3m-1 \Rightarrow a=-m^2+2m-1$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$y=\left(-m^2+2m-1\right)x+m^2+m.$$

Mà đường thẳng đi qua hai điểm cực trị vuông với đường thẳng $d: y=x+2$ nên $m^2-2m+1=1 \Leftrightarrow m=0 \vee m=2$.

Vậy: phương án C đúng nhất.

Câu 101. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-x+5}{2x-2}$ có hai điểm cực trị $A,\ B$ nằm trên đường thẳng d. Hệ số góc của đường thẳng d là:

A. -1. B. 1. C. 3. D. 5.

Lời giải

$y'=\dfrac{10x^2-20x-8}{(2x-2)^2},\forall x\neq 1$

$y'=0\Leftrightarrow 10x^2-20x-8=0$

Vì $a.c<0$ nên $y'=0$ luôn có hai nghiệm. Nói cách khác hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1,x_2.

Khi đó: vì $\begin{cases} y'_{(x_1)}=0 \\ y'_{(x_2)}=0 \end{cases}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $y=5x-\dfrac{1}{2}$

Vậy: hệ số góc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là 5.

Câu 102. Đồ thị hám số $y=\dfrac{3x^2-x+5}{x-2}$ có hai điểm cực trị $A,\ B$ nằm trên đường thẳng d có phương trình $y=ax+b$ thì giá trị của $T=a+b$ là:

A. -1. B. 1. C. 3. D. 5.

Lời giải

$y'=\dfrac{3x^2-12x-3}{(x-2)^2},\forall x\neq 2.$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12x-3=0.$

Vì $a.c<0$ nên $y'=0$ luôn có hai nghiệm. Nói cách khác hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1,x_2.

Khi đó: vì $\begin{cases} y'_{(x_1)}=0 \\ y'_{(x_2)}=0 \end{cases}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $y=6x-1$.

Vậy: $T=a+b=5$.

Câu 103. Đồ thị hám số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$ có hai điểm cực trị $A,\ B$ nằm trên đường thẳng d có phương trình $y=ax+b$ thì giá trị của $T=a+b$ là:

A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

$y'=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2},\forall x\neq 2.$

$y'=0\Leftrightarrow x^2-4x=0\Leftrightarrow x=4;x=0.$

hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1,x_2.

Khi đó: vì $\begin{cases} y'_{(x_1)} = 0 \\ y'_{(x_2)} = 0 \end{cases}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $y = 2x - 2$.

Vậy: $T = a + b = 0$.

Dạng toán 3. Tìm tham số m để hàm số có n cực trị, có cực trị tại $x = x_o$.

Câu 104. Tìm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$?

A. $m = -\frac{15}{4}$. B. $m = \frac{4}{15}$. C. $m = -\frac{4}{15}$. D. $m = \frac{15}{4}$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 2mx + 3; y'' = 6x - 2m$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 4m = 0 \\ 12 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{15}{4} \text{ (thỏa mãn)} \\ m < 6 \end{cases}$

Vậy đáp án A.

Câu 105. Tìm m để hàm số $y = mx^3 + 3x^2 + 12x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$?

A. $m = -2$. B. $m = -3$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.

Lời giải

$y' = 3mx^2 + 6x + 12; y'' = 6mx + 6$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12m + 24 = 0 \\ 12m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \text{ (thỏa mãn)} \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy đáp án A.

Câu 106. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

A. $m = 0$. B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 6x + m; y'' = 6x - 6$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$

Vậy đáp án A.

Câu 107. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi:

A. $m = 1$ hoặc $m = 2$. B. $m = 1$.

C. $m = 2$. D. m tùy ý.

Lời giải

$y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1; y'' = 2x - 2m.$

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ thì $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 2 \text{ (thỏa mãn)} \\ m = 1 \end{array} \right. \\ m > 1 \end{cases}$

Vậy đáp án C.

Câu 108. Hàm số $y = x^3 - (m-1)x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 13$. B. $m < 13$. C. $m > 1$. D. $m \notin \varnothing$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - m + 1; y'' = 6x.$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - m = 0 \\ 12 > 0 \end{cases} m = 13.$

Vậy đáp án A.

Câu 109. Hàm số $y = x^3 - 6mx^2 + (4m^2 - 1)x + 2$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 0$. B. $m = \frac{11}{2}\cdot$ C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 12mx + 4m^2 - 1; y'' = 6x - 12m.$

Để hsố đạt cực đại tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 24m + 11 = 0 \\ 12 - 12m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = \frac{11}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ m = \frac{1}{2} \end{array} \right. \\ m > 1 \end{cases}$

Vậy đáp án B.

Câu 110. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi:

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. Không có m.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 4x + m; y'' = 6x - 4.$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy đáp án A.

Câu 111. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 3m^2x - 3m$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi:

A. $m=-1.$ B. $m=1.$ C. $m=\frac{1}{3}\cdot$ D. $m=-\frac{1}{3}\cdot$

Lời giải

$y'=x^2-4mx+3m^2;y''=2x-4m.$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì $\begin{cases}y'(-1)=0\\y''(-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m^2+4m+1=0\\-2-4m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=-1\text{ (thỏa mãn)}\\m=-\frac{1}{3}\end{array}\right.\\m<-\frac{1}{2}\end{cases}$

Vậy đáp án A.

Câu 112. Hàm số $y=-x^3+(m-1)x^2-m+2$ đạt cực đại tại điểm $x=2$ khi:

A. $m=0.$ B. $m=\frac{11}{2}\cdot$ C. $m=4.$ D. $m=-4.$

Lời giải

$y'=-3x^2+2(m-1)x;y''=-6x+2m-2.$

Để hsố đạt cực đại tại $x=2$ thì $\begin{cases}y'(2)=0\\y''(2)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-16=0\\2m-14<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=4\text{ (thỏa mãn)}\\m<7\end{cases}$

Vậy đáp án C.

Câu 113. Hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x-2$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ khi:

A. $m=-1.$ B. $m=1.$ C. $m=2.$ D. $m=-2.$

Lời giải

$y'=3x^2-4mx+m^2;y''=6x-4m.$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+3=0\\6-4m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\text{ (thỏa mãn)}\\m=3\end{array}\right.\\m<\frac{3}{2}\end{cases}$

Vậy đáp án B.

Câu 114. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2+(m-1)x$ đạt cực đại tại $x=1$ khi:

A. $m<2.$ B. $m=2.$ C. $m>2.$ D. $\forall m\in\mathbb{R}.$

Lời giải

$y'=x^2-mx+m-1;y''=2x-m.$

Để hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=0\\2-m<0\end{cases}\Leftrightarrow m>2.$

Vậy đáp án C.

Câu 115. Hàm số $y = x^3 - (m+3)x^2 + mx + m + 2$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 0$. B. $m = \frac{11}{2}\cdot$ C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 2(m+3)x + m; y'' = 6x - 2m - 6$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m = 0 \\ 6 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m < 3 \end{cases}$

Vậy đáp án A.

Câu 116. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đạt cực trị tại $x = 0$ khi:

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. A, B đều đúng. D. A, B đều sai.

Lời giải

$y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2; y'' = 2x - 2m + 2$.

Để hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ thì $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 = 0 \\ 2 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right. \\ m \neq 1 \end{cases}$

Vậy không có phương án phù hợp.

Câu 117. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực trị tại $x = 1$ khi:

A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải

$y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1; y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ thì $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 = 0 \\ 2 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right. \\ m \neq 1 \end{cases}$

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 118. Hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi:

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. A, B đều đúng. D. A, B đều sai.

Lời giải

$y' = 4x^3 - 4m^2x; y'' = 12x^2 - 4m^2$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ thì $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4 = 0 \\ 12 - 4m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ -\sqrt{3} < m < \sqrt{3} \end{cases}$

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 119. Hàm số $y=-x^4+2(m-2)x^2+m-3$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi:

A. $m=3$. B. $m=5$. C. $m<3$. D. $m>5$.

Lời giải

$y'=-4x^3+4(m-2)x; y''=-12x^2+4m-8$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-12=0 \\ 4m-20<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \text{ (thỏa mãn)} \\ m<5 \end{cases}$

Vậy phương án A phù hợp.

Câu 120. Hàm số $y=x^4-3mx^2+1$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$ khi:

A. $m=-\frac{8}{3}\cdot$ B. $m=\frac{8}{3}\cdot$ C. $m=3$. D. $m=8$.

Lời giải

$y'=4x^3-6mx; y''=12x^2-6m$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ thì $\begin{cases} y'(-2)=0 \\ y''(-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12m-32=0 \\ 48-6m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{8}{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ m<8 \end{cases}$

Vậy phương án B phù hợp.

Câu 121. Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+ax^2+b$ có cực trị tại $x=1$ và giá trị cực trị tương ứng bằng -2 thì giá trị của $a,\ b$ lần lượt là:

A. $a=\frac{1}{2};\ b=\frac{9}{4}\cdot$ B. $a=-\frac{1}{2};\ b=\frac{9}{4}\cdot$ C. $a=\frac{1}{2};\ b=-\frac{9}{4}\cdot$ D. $a=\frac{1}{2}; b=-\frac{9}{4}\cdot$

Lời giải

$y'=x^3+2ax; y''=3x^2+2a$.

Để hàm số đạt cực trị tại $x=1$ và giá trị cực trị tương ứng bằng -2 thì
$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)\neq 0 \\ y(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+1=0 \\ 3+2a\neq 0 \\ a+b+0,25=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0,5 \text{ (thỏa mãn)} \\ b=2,25 \\ a\neq -1,5 \end{cases}$

Vậy phương án B phù hợp.

Chỉnh lại giá trị cực trị tương ứng bằng -2 thì đáp B mới đúng!!nếu không chỉnh lại thì không có đáp án nào thỏa mãn!!

Câu 122. Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ đạt cực đại tại $A(0;-3)$, đạt cực tiểu tại $B(-1;-5)$ thì sẽ có giá trị của $a,\ b,\ c$ lần lượt là:

A. $2;\ 4;\ -3$. B. $-3;\ -1;\ -5$. C. $-2;\ 4;\ -3$. D. $2;\ -4;\ -3$.

Lời giải

$y' = 4ax^3 + 2bx; y'' = 12ax^2 + 2b.$

Để hàm số đạt cực đại tại $A(0;-3)$ thì $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y''(0)<0 \\ y(0)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b<0 \\ c=-3 \end{cases}$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $B(-1;-5)$ thì $\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y''(-1)>0 \\ y(-1)=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b=0 \\ 12a+2b>-5 \\ a+b+c=-5 \end{cases}$

Dễ dàng tìm được $a=2; b=-4.$

Vậy phương án D phù hợp.

Câu 123. Hàm số $y = ax^3 + x^2 - 5x + b$ đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 khi:

A. $a=-1,\ b=5.$ B. $a=1,\ b=5.$ C. $a=1,\ b=-5.$ D. $a=1,\ b=-1.$

Lời giải

$y' = 3ax^2 + 2x - 5; y'' = 6ax + 2.$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 thì $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \\ y(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-3=0 \\ 6a+2>0 \\ a+b=6 \end{cases}$

Dễ dàng tìm được $a=1; b=5.$

Vậy phương án B phù hợp.

Câu 124. Hàm số $y = x^3 + 2ax^2 + 4bx + 2016$ đạt cực đại tại $x=1$. Khi đó tổng $a+b$ là:

A. $-\dfrac{4}{3}\cdot$ B. $\dfrac{4}{3}\cdot$ C. $-\dfrac{3}{4}\cdot$ D. $\dfrac{3}{4}\cdot$

Lời giải

$y' = 3x^2 + 4ax + 4b; y'' = 6x + 4a.$

Để hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+4b+3=0 \\ 6+4a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-0,75 \\ a<-1,5 \end{cases}$

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 125. Hàm số $y = m.\sin x + \dfrac{1}{3}\sin 3x$ đạt cực trị tại điểm $x = \dfrac{\pi}{3}$ khi:

A. $m=-2.$ B. $m=0.$ C. $m=2.$ D. $m=3.$

Lời giải

$y' = m.\cos x + \cos 3x; y'' = -m.\sin x - 3\sin 3x.$

Để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=\frac{\pi}{3}$ thì $\begin{cases} y'(\frac{\pi}{3})=0 \\ y''(\frac{\pi}{3})\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m\neq 0 \end{cases}$

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 126. Hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi:

A. $m=-2$.

B. $m=-2$ hoặc $m=0$.

C. $m=0$.

D. Không có m thỏa yêu cầu bài toán.

Lời giải

$y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}, \forall x\neq -m.$

$y''=\dfrac{2}{(x+m)^2}, \forall x\neq -m.$

Để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=1$ thì $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m=0 \\ 1+m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 127. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A. $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

B. $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.

C. $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị.

D. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

Lời giải

$y'=x^2+2mx+2m-1.$

$\Delta'_{y'}=(m-1)^2\geq 0, \forall m.$

Dễ thấy khi $m=1$ thì $y'=(x+1)^2\geq 0, \forall x.$ Tức là hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy phương án D phù hợp.

Câu 128. Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ (a\neq 0)$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $b<0$.

B. $ab>0$.

C. $ab\leq 0$.

D. $ab<0$.

Lời giải

$y'=4ax^3+2bx=x(4ax^2+2b).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \quad (*) \end{array}\right.$$

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(*)$ có hai ngiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow ab < 0$.

Vậy phương án D phù hợp.

Câu 129. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c,\ (a \neq 0)$ có một điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $b < 0$. B. $ab \geq 0$. C. $ab < 0$. D. $b \leq 0$.

Lời giải

$y' = 4ax^3 + 2bx = x(4ax^2 + 2b)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \quad (*) \end{array}\right.$$

Để hàm số có một điểm cực trị thì $(*)$

+) vô nghiệm $ab > 0$.

+) hoặc có ngiệm kép $b = 0$.

Vậy phương án B phù hợp.

Câu 130. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c,\ (a \neq 0)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Lời giải

$y' = 4ax^3 + 2bx = x(4ax^2 + 2b)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \quad (*) \end{array}\right.$$

Để hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu thì $a > 0$ và $(*)$ có hai ngiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow b < 0$.

Vậy phương án C phù hợp.

Câu 131. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c,\ (a \neq 0)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a > 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Lời giải

$y' = 4ax^3 + 2bx = x(4ax^2 + 2b)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \quad (*) \end{array}\right.$

Để hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại thì $a < 0$ và $(*)$ có hai ngiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow b > 0$.

Vậy phương án A phù hợp.

Câu 132. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ (a \neq 0)$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $4b^2 + 12ac > 0$. B. $4a^2 - 12bc > 0$. C. $4b^2 - 12ac \leq 0$. D. $4b^2 - 12ac > 0$.

LỜI GIẢI

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$\Delta_{y'} = 4b^2 - 12ac$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} > 0 \Leftrightarrow 4b^2 - 12ac > 0$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 133. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ (a \neq 0)$ không có điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $4b^2 + 12ac > 0$. B. $4a^2 - 12bc > 0$. C. $4b^2 - 12ac \leq 0$. D. $4b^2 - 12ac > 0$.

LỜI GIẢI

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$\Delta_{y'} = 4b^2 - 12ac$

Đồ thị hàm số không có điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4b^2 - 12ac \leq 0$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 134. Điều kiện của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx - m + 2$ có cực trị là:

A. $m < 1$. B. $m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $m \geq 1$.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6x + 3m$.

$\Delta'_{y'} = 9 - 9m$.

Điều kiện của tham số m để hàm số có cực trị là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 9 - 9m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 135. Với giá trị nào của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2-2x+1$ có cực trị là:

A. 0. B. 3. C. 4. D. Cả A, B, C.

LỜI GIẢI

$y'=x^2-mx-2.$

$\Delta_{y'}=m^2+8>0,\forall m.$

Khi đó phương trình $y'=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi tham số m.

Tức là hàm số luôn có cực trị với mọi tham số m.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 136. Điều kiện của m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ có 2 điểm cực trị là:

A. $m\ge 3$. B. $m<3$. C. $m\in\mathbb{R}$. D. $m\in\varnothing$.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2+6x+m.$

$\Delta'_{y'}=9-3m.$

Điều kiện của tham số m để hàm số có 2 điểm cực trị là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'}>0\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 137. Hàm số $y=x^3-mx+1$ có 2 cực trị khi:

A. $m>0$. B. $m<0$. C. $m=0$. D. $m\ne 0$.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-m.$

$\Delta'_{y'}=3m.$

Hàm số có 2 cực trị khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'}>0\Leftrightarrow 3m>0\Leftrightarrow m>0.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 138. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3+mx^2+3x+2m-1$ có cực đại, cực tiểu ?

A. $m\in(-3;3)$. B. $m\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

C. $m\in\left[-3;3\right]$. D. $m\in\left(-\infty;-3\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2+2mx+3.$

$\Delta'_{y'} = m^2 - 9.$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty).$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 139. Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^2$ có 2 điểm cực trị ?

A. $m > 0.$ B. $m < 0.$ C. $m = 0.$ D. $m \neq 0.$

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6mx.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$$

Hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 140. Hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + x - 2$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $1 - \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{3}.$ B. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}.$

C. $m \leq 1 - \sqrt{3}$ hoặc $m \geq 1 + \sqrt{3}.$ D. $m < 1 - \sqrt{3}$ hoặc $m > 1 + \sqrt{3}.$

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 + 2(m-1)x + 1.$

$\Delta'_{y'} = m^2 - 2m - 2.$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m < 1 - \sqrt{3}$ hoặc $m > 1 + \sqrt{3}.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 141. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - m)x - 2m^2 - 1$ có 2 điểm cực trị khi:

A. $m > 0.$ B. $m \geq 0.$ C. $m > 1.$ D. m tùy ý.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3m = 3(x-m)^2 - 3m.$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3(x-m)^2 = 3m.$

Hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $3m > 0 \Leftrightarrow m > 0.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 142. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+m)x - 2$ có cực đại và cực tiểu:

A. $m > -2$. B. $m > -\frac{1}{3}\cdot$ C. $m > -\frac{2}{3}\cdot$ D. $m > -1$.

LỜI GIẢI

$y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m$.

$\Delta'_{y'} = m+1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$. $m < 1-\sqrt{3}$ hoặc $m > 1+\sqrt{3}$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 143. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + mx + 1$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $m > 0$. B. $m \in \varnothing$. C. $\forall m \in \mathbb{R}$. D. $m = 1$.

LỜI GIẢI

$y' = x^2 - 2(m+2)x + m$.

$\Delta'_{y'} = m^2 + 3m + 4 = \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m$.

Khi đó phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi tham số m.

Tức là hàm số luôn có cực đại, cực tiểu với mọi tham số m.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 144. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (3m^2 - 4m + 1)x + m$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $0 < m < 1$. B. $0 \le m \le 1$. C. $m \le 0$. D. $m > 1$.

LỜI GIẢI

$y' = x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 - 4m + 1$.

$\Delta'_{y'} = -2m^2 + 2m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 145. Hàm số $y = -x^3 + (3-m)x^2 - 2mx + 2$ có cực đại và cực tiểu khi:

A. $m < 3$. B. $6 - 3\sqrt{3} < m < 6 + 3\sqrt{3}$.

C. $m < 6-3\sqrt{3}$ hay $m > 6+3\sqrt{3}$. D. $m = 6-3\sqrt{3}$ hay $m = 6+3\sqrt{3}$.

LỜI GIẢI

$y' = -3x^2 + 2(3-m)x - 2m$.

$\Delta'_{y'} = m^2 - 12m + 9$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 12 > 0 \Leftrightarrow m < 6-3\sqrt{3}$ hay $m > 6+3\sqrt{3}$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 146. Giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-2)x^3 - mx + 3$ không có cực trị là:

A. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 2 \end{array}\right.$. B. $m \ne 2$. C. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m > 2 \end{array}\right.$. D. $0 \le m \le 2$.

LỜI GIẢI

$y' = 3(m-2)x^2 - m$.

$\Delta'_{y'} = 3(m^2 - 2m)$.

Để hàm số không có cực trị thì phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép:

Trường hợp 1: $m = 2 : y' = -2$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $\begin{cases} a \ne 0 \\ \Delta'_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \ne 0 \\ m^2 - 2m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 2$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 147. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx + 3m + 4$ không có cực trị khi:

A. $m \le 0$. B. $m \ge 1$. C. $0 < m < 1$. D. $0 \le m \le 1$.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6mx + 3m$.

$\Delta'_{y'} = 9m^2 - 9m$.

Để hàm số không có cực trị thì phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \ne 0 \\ \Delta'_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 - 9m \le 0 \Leftrightarrow 0 \le m \le 1$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 148. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - (m-2)x^2 + (6-3m)x + m + 1$ không có cực trị khi:

A. $m < -16$. B. $m \ge 2$. C. $-16 < m \le 2$. D. $-16 \le m \le 2$.

LỜI GIẢI

$y' = 6x^2 - 2(m-2)x + 6 - 3m.$

$\Delta'_{y'} = m^2 + 14m - 32.$

Đồ thị hàm số không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 14m - 32 \leq 0 \Leftrightarrow -16 \leq m \leq 2.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 149. Đồ thị hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 1$ không có cực trị khi:

A. $0 \leq m \leq \frac{1}{4}\cdot$ B. $0 < m \leq \frac{1}{4}\cdot$ C. $m < 0.$ D. $m \geq \frac{1}{4}\cdot$

LỜI GIẢI

$y' = 3mx^2 + 6mx - m + 1.$

$\Delta'_{y'} = 12m^2 - 3m.$

Đồ thị hàm số không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

Trường hợp 1: $m = 0 : y' = 1 > 0, \forall x.$ Tức là hàm số luôn đồng biến và không đạt cực trị. (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 12m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{1}{4}.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 150. Đồ thị hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $a.b > 0.$ B. $a.b < 0.$ C. $a.b \geq 0.$ D. $a.b \leq 0.$

LỜI GIẢI

$y' = 3\left[x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2\right].$

$\Delta'_{y'} = 2ab.$

Đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 2ab > 0 \Leftrightarrow ab > 0.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 151. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-3)^2x^2 + m^2$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m > 0.$ B. $m = 0.$ C. $m < 0.$ D. $m \neq 0.$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 4(m-3)^2 x = 4x\left[x^2 - (m-3)^2\right].$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - (m-3)^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ |x| = |m-3| \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3.$

Vậy không có phương án nào hợp lý.

Câu 152. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m > 0.$ B. $m = 0.$ C. $m < 0.$ D. Không có $m.$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 2mx = 2x(2x^2 - m).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ 2x^2 - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = m \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow m > 0.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 153. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ có 3 điểm cực trị ?

A. $-2.$ B. $-1.$ C. $0.$ D. $1.$

LỜI GIẢI

$y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4x = 0 \\ x^2 - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow m > 0.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 154. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - m^2x^2 + 3$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m < 0.$ B. $m \neq 0.$ C. $m > 0.$ D. $m \in \mathbb{R}.$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 2m^2x = 2x(2x^2 - m^2).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ 2x^2 - m^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = m^2 \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2>0 \Leftrightarrow m\neq 0.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 155. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m\geq 0.$ B. $m>-1.$ C. $m>1.$ D. $m>0.$

LỜI GIẢI

$y'=4x^3-4(m+1)x=4x(x^2-m-1).$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=0\\ x^2-m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m+1\end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0\Leftrightarrow m>-1.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 156. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2-2m-1$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m>-1.$ B. $m\geq -1.$ C. $m<-1.$ D. $m\leq -1.$

LỜI GIẢI

$y'=4x^3+2(m+1)x=2x(2x^2+m+1).$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\ 2x^2+m+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=-m-1\end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m-1>0\Leftrightarrow m<-1.$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 157. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2-2m+m^4$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m=-2.$ B. $m<-1.$ C. $m=0.$ D. $m>2.$

LỜI GIẢI

$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m).$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=0\\ x^2-m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m\end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 158. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m$ có 3 điểm cực trị ?

A. Không có $m.$ B. $m\geq 1.$ C. $m<1.$ D. $m>1.$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ x^2 - m + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 159. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m < 2$. B. $m > 2$. C. $m < 1$. D. $m > 1$.

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 + 4(m-2)x = 4x(x^2 + m - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ x^2 + m - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2 - m \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 160. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 1$ có đúng 1 cực trị ?

A. $m < -1$. B. $m = -1$. C. A, B đều đúng. D. A, B đều sai.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ x^2 - m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow m + 1 \le 0 \Leftrightarrow m \le -1$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a \ne 0)$ có đúng một cực trị khi $ab \ge 0 \Leftrightarrow -2(m+1) \ge 0 \Leftrightarrow m \le -1$.

Câu 161. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(2m-1)x^2 + 3$ có đúng một điểm cực trị khi:

A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \le \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \ge \frac{1}{2}$.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = -4x^3 + 4(2m-1)x = 4x(-x^2 + 2m - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ -x^2 + 2m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2m - 1\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow 2m - 1 \le 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \ne 0)$ có đúng một cực trị khi $ab \ge 0 \Leftrightarrow -2(2m-1) \ge 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}$.

Câu 162. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(3-m)x^2 + 2$ có đúng 1 điểm cực trị khi:

A. $m < 3$. B. $m > 3$. C. $m \le 3$. D. $m \ge 3$.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = 4x^3 - 4(3-m)x = 4x(x^2 + m - 3)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ x^2 + m - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 3 - m\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow 3 - m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \ne 0)$ có đúng một cực trị khi $ab \ge 0 \Leftrightarrow -2(3-m) \ge 0 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Câu 163. Đồ thị hàm số $(C): y = -x^4 + 2(2m-1)x^2 + 3$ có đúng 1 điểm cực trị khi:

A. $m = \frac{1}{2}\cdot$ B. $m > \frac{1}{2}\cdot$ C. $m \ge \frac{1}{2}\cdot$ D. $m < \frac{1}{2}\cdot$

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = -4x^3 + 4(2m-1)x = 4x(-x^2 + 2m - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ -x^2 + 2m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2m - 1\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow 2m - 1 \le 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Đáp án chưa chuẩn lắm.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có đúng một cực trị khi $ab \geq 0 \Leftrightarrow -2(2m-1) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 164. Đồ thị hàm số $y = \frac{m}{4}x^4 + (m-1)x^2 + m + 1$ có đúng 1 điểm cực trị khi:

A. $0 < m < 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < 0$.

D. $m \in \left(-\infty;0\right] \cup \left[1;+\infty\right)$.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = mx^3 + 2(m-1)x = x(mx^2 + 2m - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ mx^2 + 2m - 2 = 0\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

Trường hợp 1: $m = 0 : (*)$ trở thành $-2 = 0$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2 + 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty;0\right] \cup \left[1;+\infty\right)$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có đúng một cực trị khi $ab \geq 0 \Leftrightarrow \frac{m}{4}(m-1) \geq 0 \Leftrightarrow\ m \in \left(-\infty;0\right] \cup \left[1;+\infty\right)$.

Câu 165. Đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(1-m)x^2 + 2$ có cực tiểu mà không có cực đại khi:

A. $m \leq 1$.

B. $m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = 4x^3 + 4(1-m)x = 4x(x^2 + 1 - m)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ x^2 + 1 - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 1\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có cực tiểu mà không có cực đại khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có cực tiểu mà không có cực đại khi $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1.$

Câu 166. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(5-m)x^2 + 2$ có cực đại mà không có cực tiểu khi:

A. $m < 5.$ B. $m \geq 5.$ C. $m > 5.$ D. $m \leq 5.$

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = -4x^3 + 4(5-m)x = 4x(-x^2 + 5 - m).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4x = 0 \\ -x^2 + 5 - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 5 - m\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có cực đại mà không có cực tiểu khi phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow 5 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 5.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có cực tiểu mà không có cực đại khi $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 5.$

Câu 167. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{m+1}{2}x^4 - mx^2 + \dfrac{5}{2}$ có cực đại mà không có cực tiểu khi:

A. $m \in \left[-1;0\right].$ B. $m \in \left(-1;0\right].$ C. $m \in \left[-1;0\right).$ D. $m \in (-1;0).$

LỜI GIẢI

Cách 1:

Trường hợp 1: $m = -1 : y = x^2 + \dfrac{5}{2}(1)$. Đồ thị hàm số (1) là một parabol đỉnh $I\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$ và $a > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. $\rightarrow$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2:

$$y' = 2(m+1)x^3 - 2mx = 2x\left[(m+1)x^2 - m\right].$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (m+1)x^2 - m = 0\ (2) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có cực đại mà không có cực tiểu khi phương trình (2) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 < 0 \\ m(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0$$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 168. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + (2m-4)x^2 + m$ có 2 cực đại, 1 cực tiểu khi:

A. $m = 2$. B. $m > 2$. C. $m \le 2$. D. $m < 2$.

LỜI GIẢI

Cách 1: $y' = -4x^3 + 4(m-2)x = 4x(-x^2 + m - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ -x^2 + m - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 2\ (*) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có 2 cực đại, 1 cực tiểu khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Cách 2: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \ne 0)$ có 2 cực đại, 1 cực tiểu khi

$$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2.$$

Câu 169. Đồ thị hàm số nào sau đây chỉ có 1 điểm cực trị ?

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$. B. $y = (m^2 + 4)x^4 + 9x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + (m^2 + 1)x^2 - 1$.

LỜI GIẢI

Dễ thấy:

Phương án A, C, D có $ab < 0$ nên hàm số luôn có ba điểm cực trị $\to$ không thỏa mãn.

Phương án B có $ab > 0$ nên hàm số luôn có một điểm cực trị $\to$ thỏa mãn.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 170. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đúng 1 cực trị ?

A. $m \in \varnothing$. B. $m \le 0$. C. $0 < m < 1$. D. $\mathbb{R} \setminus (0;1)$.

LỜI GIẢI

Để đồ thị hàm số $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đúng 1 cực trị thì $ab \ge 0 \Leftrightarrow -m(1-m) \ge 0 \Leftrightarrow m \le 0 \vee m \ge 1$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 171. Hàm số $y = \dfrac{2x^2 - mx + 2m + 1}{2x - 1}$ có hai điểm cực trị khi:

A. $m > -1$. B. $m \le -1$. C. $m < -1$. D. m tùy ý.

LỜI GIẢI

$y' = \dfrac{4x^2 - 4x - 3m - 2}{(2x-1)^2}, \forall x \ne \dfrac{1}{2}.$

$y' = 0, \forall x \ne \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow g(x) = 4x^2 - 4x - 3m - 2 = 0.$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \Delta'_g > 0 \Leftrightarrow 12m + 12 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 172. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ luôn có cực trị khi:

A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $\forall m \in \mathbb{R}$. D. $m \in \varnothing$.

LỜI GIẢI

$y' = \dfrac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2} = \dfrac{(x+m)^2 - 1}{(x+m)^2}, \forall x \ne -m.$

$y' = 0, \forall x \ne -m \Leftrightarrow g(x) = (x+m)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -m + 1 \\ x = -m - 1 \end{array}\right.$

Dễ thấy $-m + 1 \ne -m - 1, \forall m$ nên phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt với mọi $x \ne -m$

Do đó hàm số luôn có cực trị với mọi tham số m.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 173. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(0;0)$, $B(1;1)$ thì các hệ số $a,\ b,\ c,\ d$ có giá trị lần lượt là:

A. $a = -2,\ b = 0,\ c = 0,\ d = 3$. B. $a = 0,\ b = 0,\ c = -2,\ d = 3$.

C. $a = -2,\ b = 0,\ c = 3,\ d = 0$. D. $a = -2,\ b = 3,\ c = 0,\ d = 0$.

LỜI GIẢI

Dễ thấy đồ thị hàm số đi qua hai điểm cực trị $A(0;0)$, $B(1;1)$ nên $\begin{cases} d = 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$

$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$

Mà đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(0;0)$, $B(1;1)$ nên $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Dạng toán 3. Tìm tham số *m* để hàm số có *n* cực trị thỏa mãn điều kiện *K*.

Nhóm 1. Điều kiện K liên quan đến định lí Viét

Câu 174. Hàm số $f(x) = x^3 + ax + b$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$ có hai cực trị là $x_1,\ x_2$. Hỏi kết luận nào sau đây là đúng về hàm này ?

A. Đường thẳng nối hai điểm cực trị qua gốc tọa độ O.

B. Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị có dạng $y = ax + b$.

C. Tổng hai giá trị cực trị là b.

D. Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm về hai phía so với trục tung.

LỜI GIẢI

$f'(x) = 3x^2 + a$

Hàm số có hai cực trị khi $a < 0$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-\dfrac{a}{3}}$. Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm về hai phía so với trục tung.

Tổng hai giá trị cực trị là $2b$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = \dfrac{2a}{3}x + b$.

Khi đó dễ thấy mệnh đề đúng nhất là mệnh đề D.

Câu 175. Hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 - x + 2$ có 2 điểm cực trị $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $3(x_1 + x_2) = 2$ khi:

A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 2(m-1)x - 1$

Vì $ac = -3 < 0$ nên $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt; tức là hàm số luôn có hai cực trị với mọi m.

Khi đó: $3(x_1 + x_2) = 2 \Leftrightarrow 2(m-1) = 2 \Leftrightarrow m = 2$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 176. Hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + x^2 + (m-2)x + 2$ có 2 điểm cực trị $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1x_2 + 10 = 0$ khi:

A. $m = -12$. B. $m = -8$. C. $m = 8$. D. $m = 12$.

LỜI GIẢI

$y' = -x^2 + 2x + m - 2$.

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m-1>0 \Leftrightarrow m>1.$ (loại ngay phương án A, B.)

Khi đó: $x_1x_2+10=0 \Leftrightarrow 12-m=0 \Leftrightarrow m=12.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 177. Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-3$ có hai điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1.x_2=6$, thì giá trị m sẽ là:

A. $m=\frac{7}{2}\cdot$ B. $m=\frac{1}{2}\cdot$ C. $m=\frac{5}{2}\cdot$ D. $m=1.$

LỜI GIẢI

$y'=x^2-2mx+2m-1.$

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq 1.$ (loại ngay phương án D)

Khi đó: $x_1.x_2=6 \Leftrightarrow 2m-1=6 \Leftrightarrow m=\frac{7}{2}.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 178. Đồ thị hàm số $y=(x-m)(x^2-2x-m-1)$ có hai điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $\left|x_1.x_2\right|=1$, thì giá trị của tham số m sẽ là:

A. $m=-2.$ B. $m=3.$ C. $m=4.$ D. Cả A và C.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-2(m+2)x+m-1.$

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2+6>0, \forall m.$ tức là hàm số luôn có hai điểm cực trị

Khi đó: $\left|x_1.x_2\right|=1 \Leftrightarrow \left|m-1\right|=3 \Leftrightarrow m=4 \vee m=-2.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 179. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2+2(1-3m^2)x+1$ có 2 điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn: $2(x_1+x_2)+x_1x_2=1$?

A. $m=0$ hoặc $m=\frac{2}{3}\cdot$ B. $m=\frac{2}{3}\cdot$

C. $m=0.$ D. Không tồn tại $m.$

LỜI GIẢI

$y'=2x^2-2mx+2-6m^2.$

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 13m^2-4>0 \Leftrightarrow \left|m\right|>\frac{2}{\sqrt{13}}.$ (loại ngay đáp án A và C)

Khi đó: $2(x_1+x_2)+x_1x_2=1 \Leftrightarrow -3m^2+2m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $|m|>\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ ta được $m=\dfrac{2}{3}$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 180. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(2m+1)x^2+(m^2+2)x+1$ có 2 điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0$?

A. $m=\dfrac{1}{4}\cdot$ B. $m=2.$ C. $m=4.$ D. $m=8.$

LỜI GIẢI

$y'=x^2-(2m+1)x+m^2+2.$

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'}>0 \Leftrightarrow 4m-7>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{7}{4}$. (loại ngay đáp án A)

Khi đó: $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0 \Leftrightarrow 3m^2-10m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m>\dfrac{7}{4}$ ta được $m=2.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 181. Tìm tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2+x_2^2=3$?

A. $m=1.$ B. $m=\dfrac{2}{3}\cdot$ C. $m=\dfrac{3}{2}\cdot$ D. $m=-1.$

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-6x+m.$

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'}>0 \Leftrightarrow 9-3m>0 \Leftrightarrow m<3.$

Khi đó: $x_1^2+x_2^2=3 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3$

$\Leftrightarrow 4-\dfrac{2m}{3}=3 \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}.$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 182. Hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 - 9x - m$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 10$ khi:

A. $m = -2$ hoặc $m = 0$. B. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 2$. D. $m = 0$.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6(m+1)x - 9$.

Vì $ac = -27 < 0$ nên hàm số luôn có hai cực trị với mọi tham số m.

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2 \end{array}\right.$$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 183. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+2)x + m$ có 2 điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $8(x_1^2 + x_2^2) = 81$?

A. $m = \frac{1}{4}\cdot$ B. $m = \frac{7}{4}\cdot$ C. $m = 4$. D. $m = 8$.

LỜI GIẢI

$y' = x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2$.

hàm số có hai cực trị khi $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 4m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$. (loại ngay đáp án A; B)

Khi đó: $8(x_1^2 + x_2^2) = 81 \Leftrightarrow 8(x_1 + x_2)^2 - 16x_1x_2 = 81$.

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - \frac{105}{8} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{7}{4} \\ m = -\frac{15}{4} \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta thấy không có giá trị nào của m thỏa điều kiện.

Câu 184. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x$ có 2 điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$?

A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = \pm 3$. D. $m = \pm 4$.

LỜI GIẢI

$y' = x^2 - 2mx - 1$.

Vì $ac = -1 < 0$ nên hàm số luôn có hai cực trị với mọi tham số m.

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7.$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 185. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^5 + 3m^2$ có 2 điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$?

A. $m = 2.$ B. $m = -2.$ C. $m \ne \pm 2.$ D. $m = \pm 2.$

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3 = 3(x - m)^2 - 3.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{array}\right.$$

Vì $m + 1 \ne m - 1, \forall m$ nên hàm số luôn có hai cực trị với mọi tham số $m.$

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7.$

$\Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 186. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}(m + 1)x^3 - (m + 2)x^2 + (m - 3)x + 1$ có 2 điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn: $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$?

A. $m = 1.$ B. $m = 4.$ C. $m = 7.$ D. $m = 8.$

LỜI GIẢI

$y' = (m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m - 3.$

hàm số có hai cực trị khi $\left\{\begin{array}{l} a \ne 0 \\ \Delta'_{y'} > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m + 1 \ne 0 \\ 6m + 7 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \ne -1 \\ m > -\dfrac{6}{7} \end{array}\right.$

Khi đó: $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18 \Leftrightarrow 16x_1x_2 + 4(x_1 + x_2) - 17 = 0.$

$\Leftrightarrow 7m - 49 = 0 \Leftrightarrow m = 7.$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 187. Nếu gọi $x_1,\ x_2$ lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số:

$y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 2$ thì giá trị $T = \left|x_2 - x_1\right|$ là:

A. $T = m + 1.$ B. $T = m - 1.$ C. $T = m.$ D. $T = 1.$

LỜI GIẢI

$y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m^2 + 6m.$

Ta có $\Delta'_{y'} = 9 > 0, \forall m. \rightarrow$ hàm số có hai cực trị với mọi tham số m.

Khi đó: $(x_2 - x_1)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$

Vì $T > 0$ nên $T = 1$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 188. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ có 2 điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn: $x_1 + 4x_2 = 0$?

A. $m = \pm\dfrac{9}{2}\cdot$ B. $m = \pm\dfrac{3}{2}\cdot$ C. $m = \pm\dfrac{1}{2}\cdot$ D. $m = 0$.

LỜI GIẢI

$y' = 12x^2 + 2mx - 3$.

Vì $ac = -36 < 0$ nên hàm số luôn có hai cực trị x_1, x_2 với mọi tham số m.

Khi đó: theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{m}{6} & (1) \\ x_1x_2 = -\dfrac{1}{4} & (2) \end{cases}$

Mà $x_1 + 4x_2 = 0$ (3)

Từ (1) và (3) ta có: $x_1 = -\dfrac{2m}{9}; x_2 = \dfrac{m}{18}$.

Thế $x_1 = -\dfrac{2m}{9}; x_2 = \dfrac{m}{18}$. vào (2) ta được: $m = \pm\dfrac{9}{2}$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 189. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ có 2 điểm cực trị với hoành độ $x_1,\ x_2$ thỏa mãn: $3\left|x_2 - x_1\right| > 2$?

A. $m > 3$. B. $m = \dfrac{1-\sqrt{97}}{8}\cdot$

C. $m \in \left(-\infty; \dfrac{1-\sqrt{97}}{8}\right) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{97}}{8}; +\infty\right)\cdot$ D. $m \in \left(\dfrac{1-\sqrt{97}}{8}; 3\right)\cdot$

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 + 2(1-2m)x + 2 - m$.

hàm số có hai cực trị khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'_{y'} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2 - m - 5 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > \dfrac{5}{4} \end{array}\right.$

Khi đó: theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{2(2m-1)}{3} \\ x_1x_2 = \dfrac{2-m}{3} \end{cases}$ (*)

Mà $3\left|x_2 - x_1\right| > 2 \Leftrightarrow 9(x_1 + x_2)^2 - 36x_1x_2 > 4$. (**)

Từ (*) và (**) ta có: $4m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \dfrac{1-\sqrt{97}}{8}\right) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{97}}{8}; +\infty\right)$.

Kết hợp điều kiện $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > \dfrac{5}{4} \end{array}\right.$, ta được T $m \in \left(-\infty; \dfrac{1-\sqrt{97}}{8}\right) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{97}}{8}; +\infty\right)$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 190. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(m+3)x^2 - 2(m+1)x + 1$ có các điểm cực đại, cực tiểu với hoành độ lớn hơn -1 ?

A. $m \in [2; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -7 + 4\sqrt{2}]$.

C. $m \in (-7 + 4\sqrt{2}; 2)$.

D. $m \in [-7 + 4\sqrt{2}; 2]$.

LỜI GIẢI

Loại ngay các phương án A, B, D vì điều kiện để hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu là các bất đẳng thức ngặt.

Vậy ta có ngay đáp án đúng là phương án C!!

Thật vậy:

$y' = x^2 - (m+3)x - 2m - 2$.

hàm số có hai cực trị khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'_{y'} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 14m + 17 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -7 - 4\sqrt{2} \\ m > -7 + 4\sqrt{2} \end{array}\right.$

Khi đó: Giả sử phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thỏa điều kiện: $-1 < x_1 < x_2$.

$\Leftrightarrow \dfrac{m + 3 - \sqrt{\Delta}}{2} > -1 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} < m + 5 \Leftrightarrow m < 2$.

Kết hợp điều kiện $\left[\begin{array}{l} m < -7 - 4\sqrt{2} \\ m > -7 + 4\sqrt{2} \end{array}\right.$ ta được $m \in (-\infty; -7 - 4\sqrt{2}) \cup (-7 + 4\sqrt{2}; 2)$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 191. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ có các điểm cực đại, cực tiểu thỏa mãn: $x_{CD}^2 = x_{CT}$?

A. $m=0$. B. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$. C. $m=-3$. D. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-6mx+3m^2-3=3(x-m)^2-3$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right.$

Vì $m+1\neq m-1, \forall m$ nên hàm số luôn có hai cực trị với mọi tham số m.

Mà hệ số của hàm ban đầu $a=1>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=m-1$ và đạt cực đại tại $x=m+1$

Khi đó: $x_{CD}^2=x_{CT} \Leftrightarrow m^2-3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=0 \end{array}\right.$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 192. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đạt cực trị tại x_1, x_2 nằm về hai phía so với trục tung khi và chỉ khi:

A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. B. a và c trái dấu.

C. $b^2-12ac\geq 0$. D. $b^2-12ac>0$.

LỜI GIẢI

$y'=3ax^2+2bx+c$.

Điều kiện để đồ thị hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 nằm về hai phía so với trục tung là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac<0$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 193. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2-(m^2-3m)x-4$ có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm về hai phía của trục tung ?

A. $0<m<3$. B. $0\leq m\leq 3$. C. $m>3$. D. $m<0$.

LỜI GIẢI

$y'=-3x^2+2x-(m^2-3m)$.

Điều kiện để đồ thị hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 nằm về hai phía so với trục tung là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m^2-3m<0 \Leftrightarrow 0<m<3$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 194. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}(3m+1)x^2+(m^2-m-6)x$ có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm về hai phía của trục tung ?

A. $-2<\mathrm{m}<3$. B. $-2<\mathrm{m}<1$. C. $\mathrm{m}\geq 2$. D. $\mathrm{m}<4$.

LỜI GIẢI

$y'=2x^2-(3m+1)x+m^2-m-6$.

Điều kiện để đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x_1,\ x_2$ nằm về hai phía so với trục tung là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m^2-m-6<0\Leftrightarrow -2<m<3$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 195. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3+(2m^2-1)x^2+(m-1)x-m^3$ có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm về hai phía so với trục tung ?

A. $m>1$. B. $0<m<1$.

C. $m<0$. D. $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

LỜI GIẢI

$y'=mx^2+2(2m^2-1)x+m-1$.

Dễ thấy khi $m=0$ thì hàm số chỉ có cực đại mà không có cực tiểu.

Điều kiện để đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x_1,\ x_2$ nằm về hai phía so với trục tung là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m^2-m<0\Leftrightarrow 0<m<1$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 196. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+(m-1)x-3$ có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm cùng một phía so với trục tung ?

A. $1<m<2$. B. $1<m\leq 2$. C. $1\leq m<2$. D. $1\leq m\leq 2$.

LỜI GIẢI

$y'=x^2-2x+m-1=(x-1)^2+m-2$.

Điều kiện để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm cùng một phía so với trục tung là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

$$\begin{cases}\Delta_{y'}>0\\ P=x_1x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-m>0\\ m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m>1\end{cases}$$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 197. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+3(m+2)x-m-6$ có hai điểm cực trị với hoành độ cùng dấu ?

A. $-2\leq m<2$. B. $-2<m\leq 2$. C. $-2<m<2$. D. $-1<m<3$.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-12x+3m+6$.

Điều kiện để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, điểm cực tiểu nằm cùng một phía so với trục tung là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu $\begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ P = x_1x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > -2 \end{cases}$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Nhóm 2. Điều kiện *K* liên quan đến tính chất hình học

Câu 198. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 4mx^2 + 3m - 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận $G\left(0; -\frac{5}{3}\right)$ làm trọng tâm ?

A. $m = 1.$

B. $m = 8.$

C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{1}{8}\cdot$

D. $m = \frac{1}{8}\cdot$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 8mx = 4x(x^2 - 2m).$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2m \ (*) \end{array}\right.$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0.$

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2m} \end{array}\right.$

Gọi $A(0; 3m - 2)$, $B(-\sqrt{2m}; -4m^2 + 3m - 2)$, $C(\sqrt{2m}; -4m^2 + 3m - 2)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $G\left(0; -\frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow 8m^2 - 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \frac{1}{8} \end{array}\right.$ (thỏa điều kiện).

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 199. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông ?

A. $m > 0.$

B. $m = 2.$

C. $m \neq 0.$

D. $m = 3.$

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông **cân** là $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow -8m^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy không có phương án nào thỏa mãn!!!.

Câu 200. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân ?

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông **cân** là $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8m^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 201. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2016$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân ?

A. $m = \pm 2016$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm 2$. D. Đáp án khác.

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông **cân** là $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8m^6 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 202. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân ?

A. $m = 1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông **cân** là $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8(m-2)^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 203. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều ?

A. $m = 2 - \sqrt{3}$. B. $m = 2 + \sqrt{3}$. C. $m = 2 - \sqrt[3]{3}$. D. $m = 2 + \sqrt[3]{3}$.

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều là $24a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8(m-2)^3 + 24 = 0 \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt[3]{3}$.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 204. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có một góc bằng 120^0 ?

A. $m=0$ hoặc $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\cdot$

B. $m=0$ hoặc $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$

C. $m=0.$

D. $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\cdot$

LỜI GIẢI

Điều kiện để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác tạo thành một tam giác có một góc bằng 120^0 là $8a(1+\cos\alpha)+b^3(1-\cos\alpha)=0\Leftrightarrow 12m^3+4=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}.$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 205. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1 ?

A. $m=1$ hoặc $m=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\cdot$

B. $m=1$ hoặc $m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\cdot$

C. $m=-1$ hoặc $m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\cdot$

D. $m=-1$ hoặc $m=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\cdot$

LỜI GIẢI

$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m).$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\ (*)\end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0.$

Dễ thấy các phương án A, C, D không thỏa mãn.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 206. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có đường tròn ngoại tiếp đi qua điểm $D\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{9}{5}\right)$?

A. $m=2.$

B. $m=-1.$

C. $m=1.$

D. $m=\dfrac{1}{2}\cdot$

LỜI GIẢI

$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m).$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\ (*)\end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 207. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất ?

A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = -\sqrt{2}$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 - 4(1 - m^2)x = 4x(x^2 + m^2 - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \ (*) \end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Dễ thấy các phương án A, B, D không thõa mãn.

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 208. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m + 1)x^2 + 2m + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O ?

A. $m = -\frac{2}{3}\cdot$ B. $m = -\frac{2}{3}$ hoặc $m = -\frac{1}{3}\cdot$

C. $m = -\frac{2}{3}$ hoặc $m = \frac{1}{3}\cdot$ D. $m = \frac{1}{3}\cdot$

A. $m = 2 - \sqrt{3}$. B. $m = 2 + \sqrt{3}$. C. $m = 2 - \sqrt[3]{3}$. D. $m = 2 + \sqrt[3]{3}$.

LỜI GIẢI

$y' = x^3 - 2(3m + 1)x = x(x^2 - 6m - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 6m + 2 \ (*) \end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$

Khi đó: để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O là

$$b^2 - 6ac = 0 \Leftrightarrow 9m^2 + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{3} \\ m = -\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 209. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 + (3m+1)x^2 - 3$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác cân sao cho độ dài cạnh đáy bằng $\dfrac{2}{3}$ độ dài cạnh bên ?

A. $m = \dfrac{5}{3}\cdot$ B. $m = -\dfrac{5}{3}\cdot$ C. $m = \dfrac{3}{5}\cdot$ D. $m = -\dfrac{3}{5}\cdot$

LỜI GIẢI

$y' = 4x^3 + 2(3m+1)x = 2x(2x^2 + 3m + 1).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = -3m - 1 \ (*) \end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{3}$. (loại ngay các phương án A, C)

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\dfrac{-3m-1}{2}} \end{array}\right.$

Gọi $A(0;-3)$, $B\left(-\sqrt{\dfrac{-3m-1}{2}};-\dfrac{9}{4}m^2 - \dfrac{3}{2}m - \dfrac{13}{4}\right)$, $C\left(\sqrt{\dfrac{-3m-1}{2}};-\dfrac{9}{4}m^2 - \dfrac{3}{2}m - \dfrac{13}{4}\right)$, là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{\dfrac{-3m-1}{2}};-\dfrac{9}{4}m^2 - \dfrac{3}{2}m - \dfrac{1}{4}\right),$$

$$\overrightarrow{AC} = \left(\sqrt{\dfrac{-3m-1}{2}};-\dfrac{9}{4}m^2 - \dfrac{3}{2}m - \dfrac{1}{4}\right),$$

$$\overrightarrow{BC} = \left(-\sqrt{-6m-2};0\right)$$

Dễ thấy tam giác ABC cân tại A

Khi đó: $BC=\frac{2}{3}AC\Leftrightarrow 9BC^2=4AC^2\Leftrightarrow (3m+1)^4+64(3m+1)=0\Rightarrow m=-\frac{5}{3}$.

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 210. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=2x^4-m^2x^2+m^2-1$ có ba điểm cực trị $A,\ B,\ C$ sao cho bốn điểm $A,\ B,\ C,\ O$ là bốn đỉnh một hình thoi với O là gốc tọa độ ?

A. $m=\pm\sqrt{2}$. B. $m=-\sqrt{2}$. C. $m=\sqrt{2}$. D. $m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

LỜI GIẢI

$y'=8x^3-2m^2x=2x(4x^2-m^2)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\4x^2=m^2\ (*)\end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó: để đồ thị hàm số hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O là $b^2-2ac=0\Leftrightarrow (m^2-2)^2=0\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$

Vậy phương án A là phương án hợp lý nhất.

Câu 211. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính nhỏ nhất ?

A. $m=\sqrt{2}$. B. $m=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $m=\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $m=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

LỜI GIẢI

$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\ (*)\end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Gọi $A(0;2m+m^4)$, $B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$, $C\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho và $H\left(-0;m^4-m^2+2m\right)$ là trung điểm cạnh AC

Ta có:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{AB.AC.BC}{4R}\Leftrightarrow R=\frac{AB^2}{2AH}.$$

$\Leftrightarrow R=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m}+m^2\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2m}+\frac{1}{2m}+m^2\right)\ge\frac{3}{2\sqrt[3]{4}}$ (vì $m>0$)

$\Leftrightarrow R_{\min}=\frac{3}{2\sqrt[3]{4}}$ khi $\frac{1}{2m}=m^2\Leftrightarrow m=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Vậy phương án B là phương án hợp lý nhất.

Câu 212. Với m bằng bao nhiêu thì đồ thị hàm số $y=x^3-3mx+1$ có hai cực trị $B,\ C$ thỏa mãn tam giác ABC vuông tại $A(2;2)$?

A. $m=\pm\sqrt{2}$. B. $m=\sqrt{2}$. C. $m=-\sqrt{2}$. D. Đáp án khác.

LỜI GIẢI

$y'=3x^2-3m$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2=m$

Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Loại ngay các phương án A, C

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{m}$

Gọi $B(-\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}),C(\sqrt{m};1-2m\sqrt{m})$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Tam giác ABC vuông tại $A(2;2)\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CA}=0\Leftrightarrow-4m^3-m+5=0\Leftrightarrow m=1$.

Vậy phương án D là phương án hợp lý nhất.

Câu 213. Với m bằng bao nhiêu thì đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+m^3$ có hai cực trị $A,\ B$ thỏa mãn $AB=\sqrt{2}$?

A. $m=0$. B. $m=2$.

C. $m=0$ hoặc $m=2$. D. $m=-2$. hoặc $m=0$.

LỜI GIẢI

$y'=6x^2-6(m+1)x+6m=6(x-1)(x-m)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$

Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\ne1$.

Gọi $A(1;m^3+3m-1),B(m;3m^2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $AB=\sqrt{2}\Leftrightarrow AB^2=2\Leftrightarrow(m-1)^6+(m-1)^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=0\end{array}\right.$

Vậy phương án C là phương án hợp lý nhất.

Câu 214. Với m bằng bao nhiêu thì đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 - m$ có hai cực trị thẳng hàng với gốc tọa độ O ?

A. $m = 0.$ B. $m = 3.$ C. $m = \frac{1}{3}\cdot$ D. $m \neq 3.$

LỜI GIẢI

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $d : y = -\frac{8}{9}m^2x - m$

Khi đó để hai cực trị thẳng hàng với gốc tọa độ O thì $O \in d \Leftrightarrow m = 0.$

Vậy phương án A hợp lý nhất.

Câu 215. Với m bằng bao nhiêu thì đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$ có hai cực trị $A,\ B$ thẳng hàng với điểm $C(0;-1)$?

A. $m = -2.$ B. $m = 2.$ C. $m = -4.$ D. $m = 4.$

LỜI GIẢI

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $d : y = (-m^2 + 6m - 9)x - 3m + 11.$

Khi đó để hai cực trị thẳng hàng với điểm $C(0;-1)$ thì $C \in d \Leftrightarrow m = 4.$

Vậy phương án D hợp lý nhất.

Câu 216. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu, đồng thời các điểm đó tạo với gốc tọa độ O tam giác vuông tại O ?

A. $m = \pm 1$ hoặc $m = \frac{\sqrt{6}}{2}\cdot$ B. $m = 1$ hoặc $m = \frac{\sqrt{6}}{2}\cdot$

C. $m = \pm 1$ hoặc $m = -\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot$ D. $m = \pm 1$ hoặc $m = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot$

LỜI GIẢI

$y' = -3x^2 + 6x + 3m^2 - 3 = -3(x-1)^2 + 3m^2.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + m \\ x = 1 - m \end{array}\right.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0.$

Gọi $A(1+m;-2+2m^3), B(1-m;-2-2m^3)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: tam giác ABC vuông tại gốc tọa độ $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^6 + m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Vậy không có phương án nào đúng.

Câu 217. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(1-m)x + 1 + 3m$ có cực đại, cực tiểu, đồng thời các điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4 ?

A. $m = \pm 2$. B. $m = -1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = 1$.

LỜI GIẢI

$y' = 3x^2 - 6x + 3 - 3m = 3(x-1)^2 - 3m.$

$y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = m.$

Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0.$

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 + \sqrt{m} \\ x = 1 - \sqrt{m} \end{array}\right.$

đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình: $d: y = -2mx + 2m + 2.$

Gọi $A(1+\sqrt{m}; 2 - 2m\sqrt{m}), B(1-\sqrt{m}; 2 + 2m\sqrt{m})$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $S_{ABC} = 4 \Leftrightarrow m^3 + 2m^2 + m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy phương án D hợp lý nhất.

Câu 218. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$ khi:

A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

LỜI GIẢI

$y' = -3x^2 + 6mx = 3x(-x + 2m).$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2m \\ x = 0 \end{array}\right.$

Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0.$

Gọi $A(0; -3m - 1), B(2m; 4m^3 - 3m - 1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$ khi trung điểm $I(m; 2m^3 - 3m - 1)$ của AB nằm trên $d \Leftrightarrow 16m^3 - 23m - 82 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$

Vậy phương án D hợp lý nhất.